Concepts et Model Checking – TD 1 – Solutions

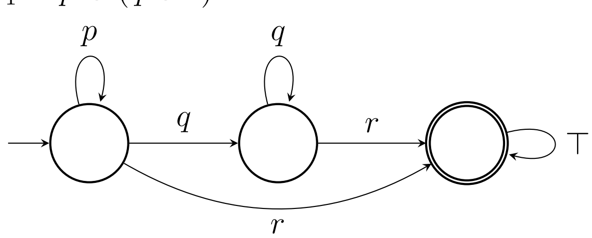
Question 1 – Modélisation en LTL

Soit $AP = \{p, q\}$. Exprimer les propriétés suivantes en LTL.

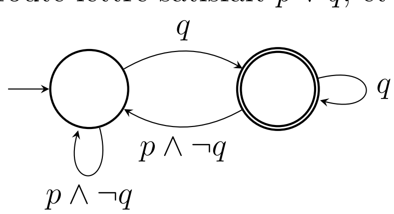
1. $\mathbf{F}\,(p \wedge \mathbf{X}\,q)$
2. $\neg p\,\mathbf{U}\,(p \wedge \mathbf{X}\,q)$
3. $\mathbf{F}\,(p \wedge \mathbf{X}\,\mathbf{F}\,q)$
4. $\mathbf{G}\,(p \rightarrow (q \vee \mathbf{X}\,q \vee \mathbf{X}\,\mathbf{X}\,q \vee \mathbf{X}\,\mathbf{X}\,\mathbf{X}\,q))$

Question 2 – Automates de Büchi

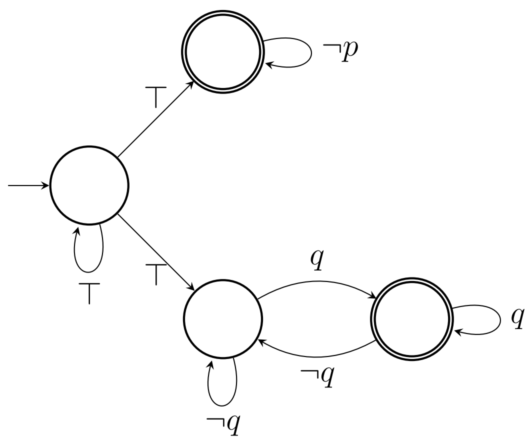
1. $\phi_1 = p\,\mathbf{U}\,(q\,\mathbf{U}\,r)$



2. $\phi_2 = \mathbf{G}\,(p\,\mathbf{U}\,q)\,;$
   Toute lettre satisfait $p \vee q$, et il faut q infiniment souvent.

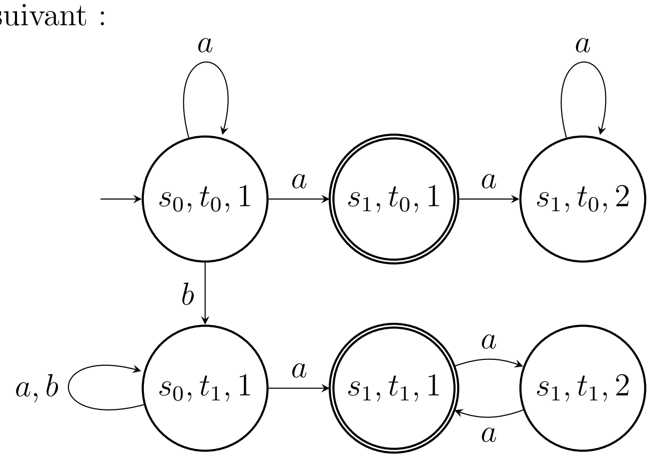


3. $\phi_3 = (\mathbf{G}\,\mathbf{F}\,p) \rightarrow (\mathbf{G}\,\mathbf{F}\,q)$.
   La formule est équivalente à $(\mathbf{F}\,\mathbf{G}\,\neg p) \vee (\mathbf{G}\,\mathbf{F}\,q)$, donc finiment souvent p ou infiniment souvent q.

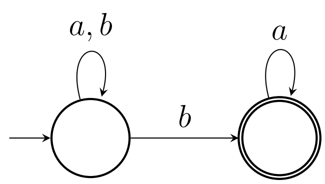


Question 3 – Intersection des AB

En appliquant la construction systématique présentée en cours, on obtient le suivant :



Un automate plus petit (construit ad-hoc) est ci-dessous. En effet, on remarque que le seconde automate exige simplement la présence d'un b quelque part dans le mot, et que le premier exige un nombre fini de b.



Question 4 – Logique temporelle linéaire

1. $\phi_1 = \mathbf{F}\,\mathbf{G}\,(p\,\mathbf{U}\,q)$ et $\phi_2 = \mathbf{F}\,\mathbf{G}\,(p \vee q)$;
   — $\phi_1 \Rightarrow \phi_2$ car $p\,\mathbf{U}\,q \equiv q \vee (p \wedge \mathbf{X}\,(p\,\mathbf{U}\,q)) \Rightarrow p \vee q$.
   — $\phi_2 \not\Rightarrow \phi_1$ car $\{p\}^\omega$ est modèle de ϕ_2 mais pas de ϕ_1.
2. $\phi_1 = \mathbf{G}\,((\mathbf{F}\,p) \to q)$ et $\phi_2 = \mathbf{G}\,(q\,\mathbf{U}\,p)$;
   — $\phi_1 \not\Rightarrow \phi_2$ car $\{q\}^\omega$ est modèle de ϕ_1 mais pas de ϕ_2.
   — $\phi_2 \not\Rightarrow \phi_1$ car $\{p\}^\omega$ est modèle de ϕ_2 mais pas de ϕ_1.