

qui se démontre sans peine. En revanche, si on applique la règle \exists -droite, on obtient un séquent de la forme $\vdash P(t) \Rightarrow P(f(t))$ qui n'est pas démontrable.

L'arborescence du choix du terme est illustré par l'exemple suivant. Si on veut démontrer le séquent $P(f(f(c))) \vdash \exists x P(f(x))$, il faut appliquer la règle \exists -droite avec le terme $f(c)$ et non avec le terme c .

6.2.3 Restreindre les choix

Un des trois types de choix arborescents, le choix du terme, est un choix parmi un ensemble infini de possibilités. Les deux autres en revanche, le choix de la proposition et le choix de la règle, sont des choix parmi un ensemble fini de possibilités. C'est donc le choix du terme qu'il faut chercher à restreindre en premier.

Quand on cherche une démonstration du séquent $P(f(f(c))) \vdash \exists x P(f(x))$, si on applique la règle \exists -droite à la proposition $\exists x P(f(x))$, on peut substituer la variable x par différents termes : $c, f(c), f(f(c)), f(f(f(c))), \dots$. Bien entendu, seul le terme $f(c)$ permettra de conclure. Au lieu d'énumérer tous les termes que l'on peut substituer et de les essayer les uns après les autres, on peut retarder le choix du terme en substituant x par une variable spéciale X , que l'on substituera à son tour, dans une seconde étape, au cours de laquelle une comparaison entre les propositions du séquent obtenu, $P(f(f(c)))$ et $P(f(X))$, suggérera la substitution $f(c)/X$.

Nous partitionnons donc les variables en deux ensembles infinis : les *variables ordinaires* que nous continuons de noter par une lettre minuscule et les *métavariabes* que nous notons par une majuscule.

Définition 6.3 (Schéma de démonstration)

Un *schéma de démonstration* est une démonstration construite dans une variante du calcul des séquents sans coupures dans laquelle

- les règles \exists -droite et \forall -gauche sont restreintes au cas où le terme substitué t est une métavariabes,
- la règle *axiome* est remplacée par une règle *axiome'* qui permet de démontrer n'importe quel séquent dont les propositions sont toute atomiques

$$\frac{}{\Gamma \vdash \Delta} \text{axiome}' \quad \Gamma, \Delta \text{ atomiques}$$