

- Si cette démonstration a la forme

$$\frac{\frac{\pi}{\Gamma', A \vdash \Delta}}{\Gamma', \exists x A \vdash \Delta} \exists\text{-gauche}$$

alors, par hypothèse de récurrence et d'après la proposition 1.13, le séquent $\Gamma', \exists x A, A \vdash \perp, \Delta$ est démontrable dans le système D' . Le séquent $\Gamma', \exists x A \vdash \perp, \Delta$ est donc démontrable avec les règles *axiome* et \exists -élim.

- Si cette démonstration a la forme

$$\frac{\frac{\pi}{\Gamma, A \vdash \Delta'}}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta'} \neg\text{-droite}$$

alors, par hypothèse de récurrence, le séquent $\Gamma, A \vdash \perp, \Delta'$ est démontrable dans le système D' . Le séquent $\Gamma \vdash \neg A, \Delta'$ est donc démontrable avec la règle \neg -intro et le séquent $\Gamma \vdash \perp, \neg A, \Delta'$ d'après la proposition 1.13.

- Si cette démonstration a la forme

$$\frac{\frac{\pi}{\Gamma \vdash A, B, \Delta'}}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta'} \vee\text{-droite}$$

alors, par hypothèse de récurrence, le séquent $\Gamma \vdash \perp, A, B, \Delta'$ est démontrable dans le système D' . Le séquent $\Gamma \vdash \perp, A \vee B, \Delta'$ est donc démontrable avec les règles *contraction* et \vee -intro.

- Les autres règles du calcul des séquents sont aussi des règles du système D' , leur cas est donc trivial.

Théorème 6.1

Le séquent $\Gamma \vdash A$ est démontrable en calcul des séquents si et seulement s'il est démontrable dans le système D' si et seulement s'il est démontrable en déduction naturelle.

Démonstration. D'après les propositions 6.2, 6.4 et 1.12.

6.1.4 L'élimination des coupures

Toutes les propositions apparaissant dans les prémisses d'une règle gauche ou d'une règle droite du calcul des séquents apparaissent également dans la