

alors, par hypothèse de récurrence et d'après la proposition 1.13, le séquent  $\Gamma', A \wedge B, A, B \vdash \perp, \Delta$  est démontrable dans le système  $D'$ . Les séquents  $\Gamma', A \wedge B, B \vdash A, \perp, \Delta$  et  $\Gamma', A \wedge B \vdash B, \perp, \Delta$  sont démontrables avec les règles *axiome* et  $\wedge$ -élim. Le séquent  $\Gamma', A \wedge B \vdash \perp, \Delta$  est donc démontrable d'après la proposition 6.3.

- Si cette démonstration a la forme

$$\frac{\frac{\pi_1}{\Gamma', A \vdash \Delta} \quad \frac{\pi_2}{\Gamma', B \vdash \Delta}}{\Gamma', A \vee B \vdash \Delta} \vee\text{-gauche}$$

alors, par hypothèse de récurrence et d'après la proposition 1.13, les séquents  $\Gamma', A \vee B, A \vdash \perp, \Delta$  et  $\Gamma', A \vee B, B \vdash \perp, \Delta$  sont démontrables dans le système  $D'$ . Le séquent  $\Gamma', A \vee B \vdash \perp, \Delta$  est donc démontrable avec les règles *axiome* et  $\vee$ -élim.

- Si cette démonstration a la forme

$$\frac{\frac{\pi_1}{\Gamma' \vdash A, \Delta} \quad \frac{\pi_2}{\Gamma', B \vdash \Delta}}{\Gamma', A \Rightarrow B \vdash \Delta} \Rightarrow\text{-gauche}$$

alors, par hypothèse de récurrence et d'après la proposition 1.13, les séquents  $\Gamma', A \Rightarrow B \vdash \perp, A, B, \Delta$  et  $\Gamma', A \Rightarrow B, B \vdash \perp, \Delta$  sont démontrables dans le système  $D'$ . Le séquent  $\Gamma', A, A \Rightarrow B \vdash B, \perp, \Delta$  est démontrable avec les règles *axiome* et  $\Rightarrow$ -élim. Le séquent  $\Gamma', A \Rightarrow B \vdash \perp, \Delta$  est donc démontrable d'après la proposition 6.3.

- Si cette démonstration a la forme

$$\frac{\frac{\pi}{\Gamma' \vdash A, \Delta}}{\Gamma', \neg A \vdash \Delta} \neg\text{-gauche}$$

alors, par hypothèse de récurrence et d'après la proposition 1.13, le séquent  $\Gamma', \neg A \vdash \perp, A, \Delta$  est démontrable dans le système  $D'$ . Le séquent  $\Gamma', \neg A, A \vdash \perp, \Delta$  est démontrable avec les règles *axiome* et  $\neg$ -élim. Le séquent  $\Gamma', \neg A \vdash \perp, \Delta$  est donc démontrable d'après la proposition 6.3.

- Si cette démonstration a la forme

$$\frac{\frac{\pi}{\Gamma', (t/x)A \vdash \Delta}}{\Gamma', \forall x A \vdash \Delta} \forall\text{-gauche}$$

alors, par hypothèse de récurrence et d'après la proposition 1.13, le séquent  $\Gamma', \forall x A, (t/x)A \vdash \perp, \Delta$  est démontrable dans le système  $D'$ . Le séquent  $\Gamma', \forall x A \vdash (t/x)A, \perp, \Delta$  est démontrable avec les règles *axiome* et  $\forall$ -élim. Le séquent  $\Gamma', \forall x A \vdash \perp, \Delta$  est donc démontrable d'après la proposition 6.3.