

Proposition 6.1 (L'affaiblissement)

Si le séquent $\Gamma \vdash \Delta$ est démontrable en calcul des séquents, alors c'est également le cas des séquents $\Gamma, A \vdash \Delta$ et $\Gamma \vdash A, \Delta$.

Démonstration. Par récurrence sur la structure de la démonstration de $\Gamma \vdash \Delta$.

Proposition 6.2

Si le séquent $\Gamma \vdash A$ est démontrable dans le système D' , alors il est démontrable en calcul des séquents.

Démonstration. On montre, plus généralement, que si le séquent $\Gamma \vdash \Delta$ est démontrable dans le système D' , alors il est démontrable en calcul des séquents. Par récurrence sur la structure de la démonstration de ce séquent dans le système D' .

- Si cette démonstration a la forme

$$\frac{\frac{\pi}{\Gamma \vdash \perp, \Delta'}}{\Gamma \vdash A, \Delta'} \perp\text{-élim}$$

alors, par hypothèse de récurrence et d'après la proposition 6.1, il existe une démonstration en calcul des séquents π' du séquent $\Gamma \vdash \perp, A, \Delta'$. On construit la démonstration

$$\frac{\frac{\pi'}{\Gamma \vdash \perp, A, \Delta'} \quad \frac{}{\Gamma, \perp \vdash A, \Delta'}}{\Gamma \vdash A, \Delta'} \text{coupure } \perp\text{-gauche}$$

- Si la démonstration a la forme

$$\frac{\frac{\pi}{\Gamma \vdash A \wedge B, \Delta'}}{\Gamma \vdash A, \Delta'} \wedge\text{-élim}$$

alors, par hypothèse de récurrence et d'après la proposition 6.1, il existe une démonstration en calcul des séquents π' du séquent $\Gamma \vdash A \wedge B, A, \Delta'$. On construit la démonstration

$$\frac{\frac{\pi'}{\Gamma \vdash A \wedge B, A, \Delta'} \quad \frac{}{\Gamma, A, B \vdash A, \Delta'} \text{axiome}}{\Gamma \vdash A, \Delta'} \wedge\text{-gauche coupure}$$

On procède de même pour l'autre règle \wedge -élim.