

introduire une distinction entre les variables comme x et les variables comme t afin que la substitution de la variable t par un terme permette de capturer x — le même genre de distinction est nécessaire si on veut étendre la logique des prédicats avec des lieurs dans les termes. Il existe des extensions de la notion de réécriture aux langages avec des symboles lieurs, qui vont dans ce sens, mais nous ne les aborderons pas dans ce livre.

Supposons que nous associons à chaque entier p un terme irréductible du lambda-calcul \underline{p} . Nous pouvons alors définir une notion de représentation des fonctions dans le lambda-calcul.

Définition 4.22 (La représentation des fonctions dans le lambda-calcul)

On dit qu'un terme F du lambda-calcul *représente* une fonction f des entiers dans les entiers si pour tout n -uplet d'entiers p_1, \dots, p_n

- si $f(p_1, \dots, p_n) = q$, alors $(F \underline{p_1} \dots \underline{p_n}) \triangleright^* \underline{q}$,
- si f n'est pas définie en p_1, \dots, p_n , alors le terme $(F \underline{p_1} \dots \underline{p_n})$ ne termine pas.

Comme dans le cas de la réécriture, cette définition n'entre pas complètement dans le cadre que nous avons défini dans l'introduction de ce chapitre puisqu'un terme dont plusieurs sous-termes sont des radicaux peut se réduire en plusieurs autres termes.

On peut, toutefois, définir une stratégie particulière : la réduction *en appel par nom* qui supprime ce non-déterminisme. De plus, un théorème, le théorème de standardisation, montre que l'on ne perd rien en se limitant à la réduction en appel par nom.

Définition 4.23 (Une étape de bêta-réduction en appel par nom)

Une *étape de bêta-réduction en appel par nom* est la relation sur les termes du lambda-calcul \succ inductivement définie par

- si $t \longrightarrow t'$, alors $t \succ t'$,
- si $(t u)$ n'est pas un radical (c'est-à-dire si t n'est pas de la forme fun) et si $t \succ t'$, alors $(t u) \succ (t' u)$,
- si $(t u)$ n'est pas un radical et aucun sous-terme de t n'est un radical et $u \succ u'$, alors $(t u) \succ (t u')$,
- si $t \succ t'$, alors $(fun x \rightarrow t) \succ (fun x \rightarrow t')$.

Autrement dit, face à un terme qui contient plusieurs radicaux, on choisit un radical prioritaire. Si le terme a la forme $fun x \rightarrow t$, alors le radical prioritaire