Dépliage de réseaux de Petri temporels par annotations temporelles symboliques

Louis-Marie Traonouez

Institut de Recherche en Communications et en Cybernétique de Nantes

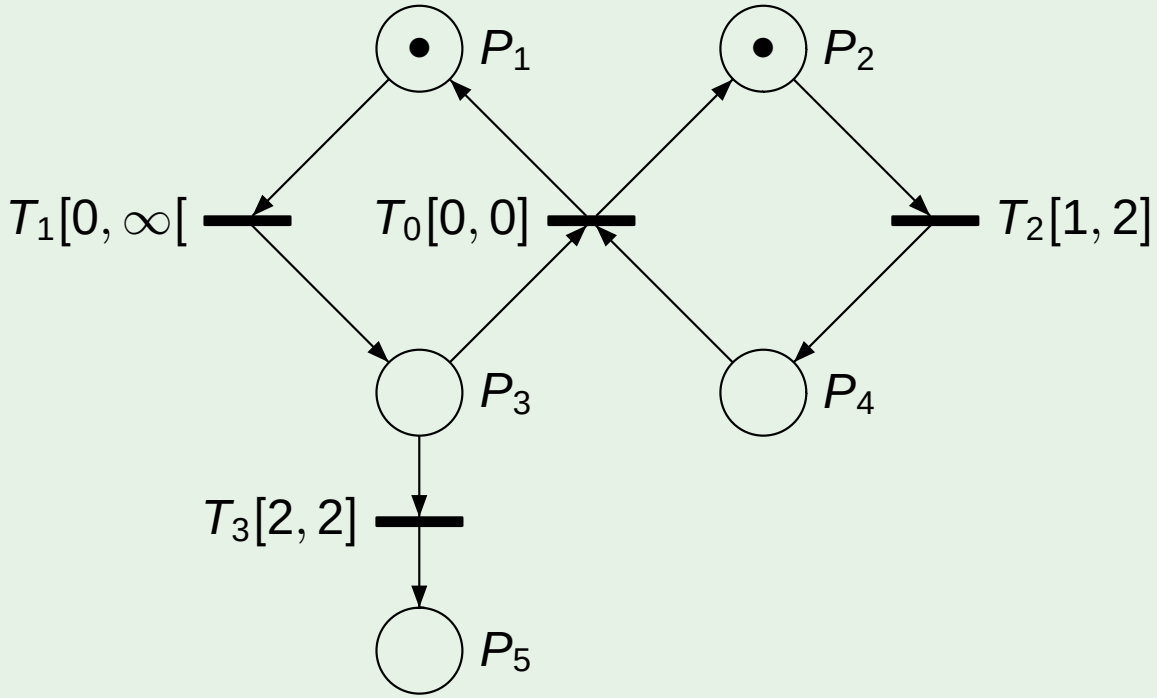
Journée "dépliages des modèles temporisés"
Rennes - 3 décembre 2008

Plan de la présentation

1. Travaux similaires
   - Dépliage de réseaux de Petri non-temporels
   - Dépliage de RdPT
   - Approche des RdP par la Logique Linéaire
2. Dépliage par annotations temporelles
   - Structure
   - Annotations temporelles
   - Construction
3. Exemple

Réseaux de Petri temporels (RdPT)

Exemple (Chatain et Jard, 06)



- Sémantique forte : urgence des transitions sensibilisées.
- Réseaux saufs.

Plan de la présentation

1. Travaux similaires
   - Dépliage de réseaux de Petri non-temporels
   - Dépliage de RdPT
   - Approche des RdP par la Logique Linéaire
2. Dépliage par annotations temporelles
   - Structure
   - Annotations temporelles
   - Construction
3. Exemple

Plan de la présentation

1. Travaux similaires
   - Dépliage de réseaux de Petri non-temporels
   - Dépliage de RdPT
   - Approche des RdP par la Logique Linéaire
2. Dépliage par annotations temporelles
   - Structure
   - Annotations temporelles
   - Construction
3. Exemple

Réseaux d'occurrence

Réseau d'occurrence (McMillan, Esparza)

$O = (B, E, F)$ est un réseau d'occurrence ssi

- O est acyclique,
- O est fini par précédence,
- aucun élément n'est en conflit avec lui même.

On définit :

- une relation causale : $x < y$ s'il existe un chemin d'un noeud x vers un noeud y,
- une relation de conflit : $x \# y$,
- une relation de concurrence : $x \; co \; y$ dans le cas où aucune autre relation existe entre x et y,
- les éléments minimums $Min(0)$ selon la relation $<$.

Processus de branchement

Processus de branchement (McMillan, Esparza)

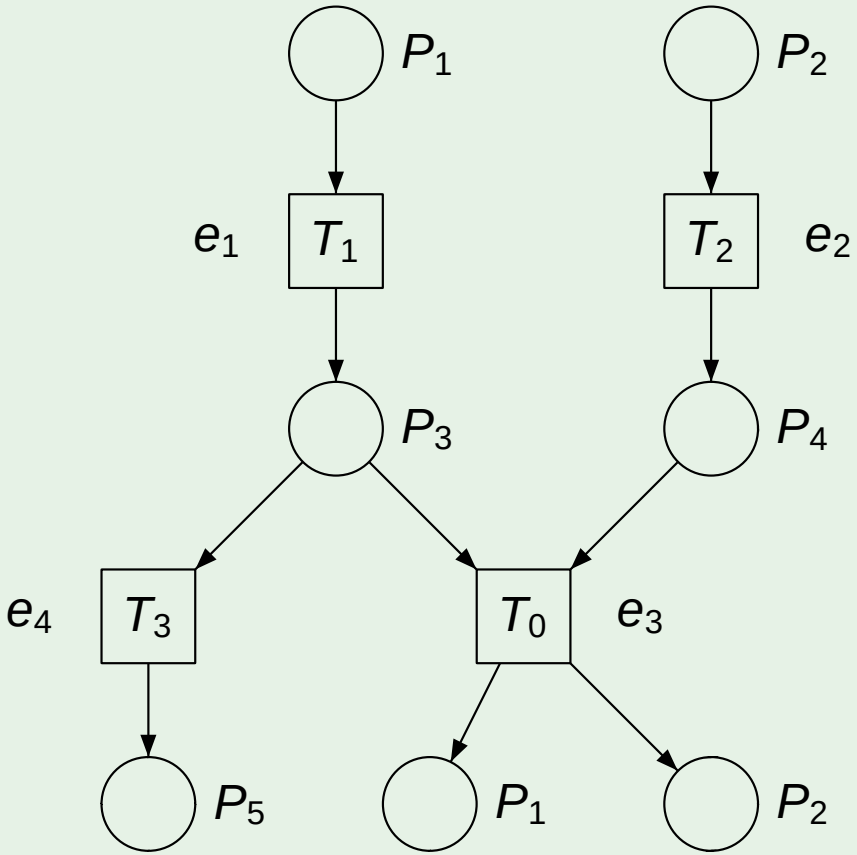
Un processus de branchement d'un RdP $\mathcal{N} = (P, T, {}^\bullet(), ()^\bullet, M_0)$ est un réseau d'occurrence labellisé $\beta = (O, p) = (B, E, F, p)$.
p est la fonction de labellisation telle que :

- $p(B) \subset P$ et $p(E) \subset T$,
- pour tout $e \in E$, la restriction de p à ${}^\bullet e$ est une bijection entre ${}^\bullet e$ et ${}^\bullet p(e)$, et de même entre $e^\bullet$ et $p(e)^\bullet$,
- la restriction de p à $Min(0)$ est une bijection entre $Min(0)$ et M_0,
- pour tout $e_1, e_2 \in E$ si ${}^\bullet e_1 = {}^\bullet e_2$ et $p(e_1) = p(e_2)$ alors $e_1 = e_2$.

On peut définir une relation de préfixe entre 2 processus de branchements.

Processus de branchements

Exemple



Dépliage de RdP

Dépliage

Le dépliage d'un RdP est défini comme étant le « plus grand » processus de branchement selon la relation de préfixe.

Préfixe

Il est possible de déterminer un préfixe fini du dépliage qui contient tous les marquages accessibles.

Processus et coupures

Processus

Un processus (ou configuration) est un ensemble d'évènements causalement clos et sans conflit.

Ils permettent de définir une sémantique d'ordres partiels des RdP.

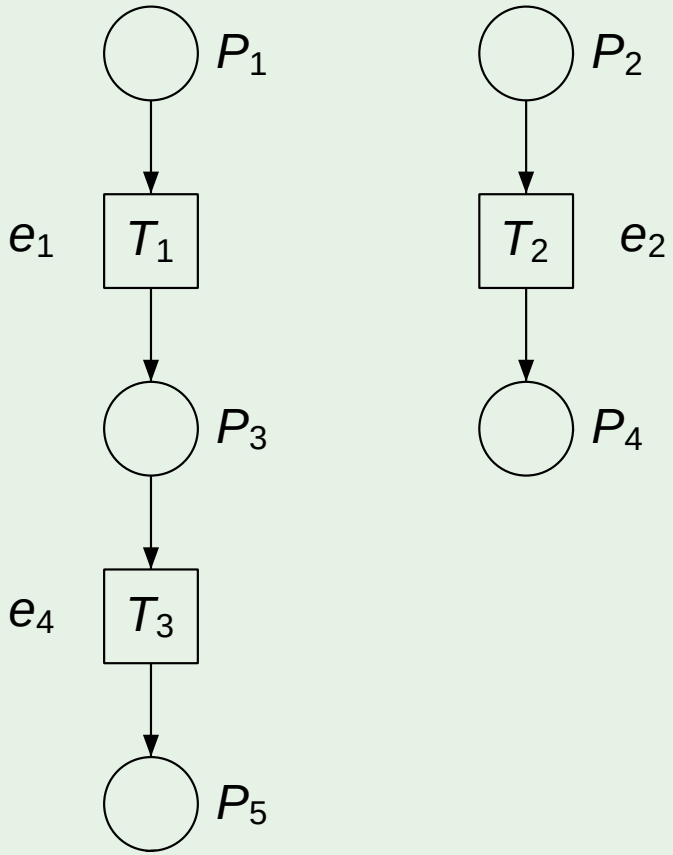
Coupures

Dans un processus :

- Un co-ensemble est un ensemble de conditions en relation *co* par paire.
- Une coupure est un co-ensemble maximal selon l'inclusion.

Processus

Exemple



Plan de la présentation

1. Travaux similaires
   - Dépliage de réseaux de Petri non-temporels
   - Dépliage de RdPT
   - Approche des RdP par la Logique Linéaire
2. Dépliage par annotations temporelles
   - Structure
   - Annotations temporelles
   - Construction
3. Exemple

Processus temporels

Dans les RdPT des liens de causalité supplémentaires sont rajoutés entre les évènements (cas de conflits indirects).

Processus temporels (Aura et Lilius, 97)

Une fonction de temporisation θ associe à chaque évènement une date de tir dans un domaine temporel $\mathbb{T}$. Elle est valide ssi :

- $\forall e \in E : \theta(e) \geq TOE({}^{\bullet}e, p(e)) + Eft(p(e))$
- $\forall e \in E : \forall t \in \text{enabled}\left(p(C_e)\right), \theta(e) \leq TOE(C_e, t) + Lft(t))$

où $C_e = Cut(Earlier(e))$ et $Earlier(e) = \{e' \in E \mid \theta(e') < \theta(e)\}$

C_e correspond à l'état global atteint avant e.

Processus temporels

Plutôt que de considérer l'état global (ce qui limite la concurrence) on peut valider la fonction de temporisation ssi :

- les contraintes sur les dates de tir minimums sont vérifiées,
- les conflits (« choice transitions ») ont été « décidés »,
- le processus est temporellement complet.

Cela permet de déterminer l'ensemble des dates de tirs valides pour un processus.

Processus étendus

Sémantique de tir locale pour les RdPT (Chatain et Jard, 06)

Dans un processus étendu un évènement possède :

- des conditions consommées par le tir de la transition,
- des conditions lues, représentées par des arcs de lecture.

Pour que le tir soit local, l'ensemble L des conditions lues doit être minimal.

Le tir de la transition $p(e)$ est possible à une date $\theta(e)$ ssi :

- $t \in \text{enabled}(L)$
- $\theta(e) \geq TOE({}^\bullet e, p(e)) + Eft(p(e))$
- pour toutes les transitions t consommant des jetons de L :
  - soit t est désensibilisée,
  - soit $\theta(e) \leq TOE(L, t) + Lft(t))$

Préfixe fini du dépliage symbolique d'un RdPT

Les processus étendus permettent de définir un dépliage symbolique d'un RdPT :

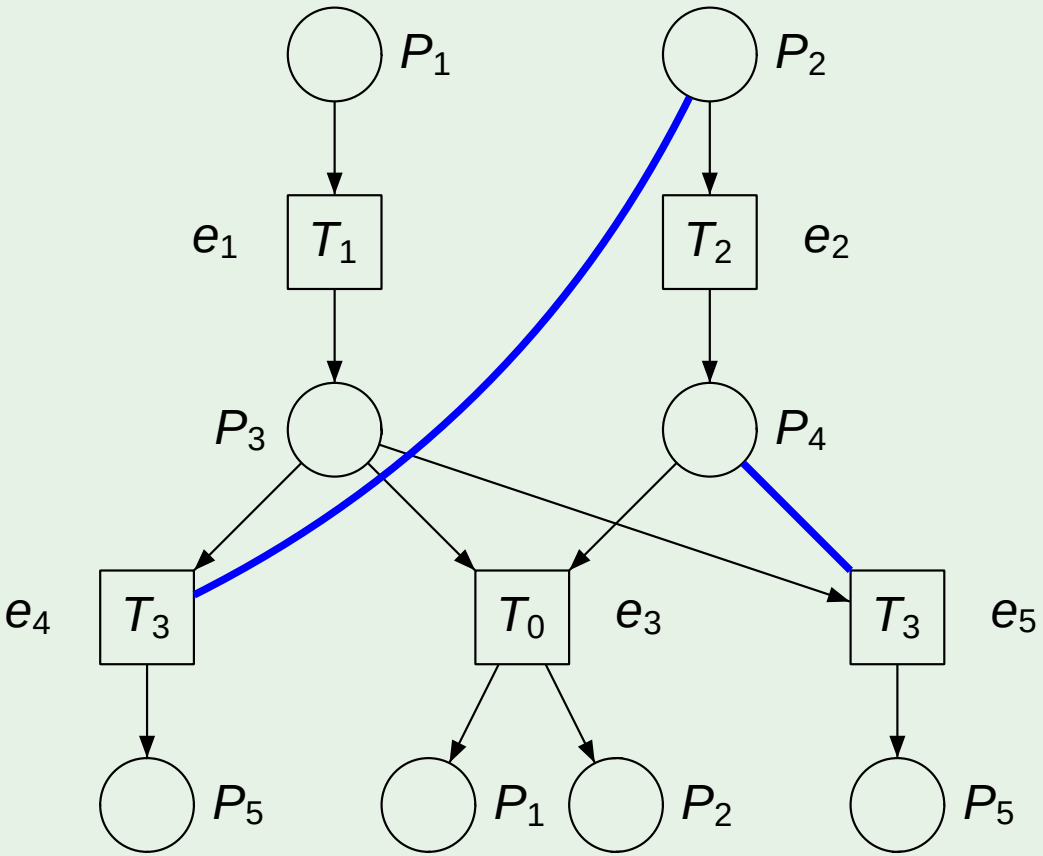
- il regroupe l'ensemble des évènements possibles ;
- des contraintes symboliques sur les dates de tir des évènements sont synthétisées à l'aide de la condition de tir locale.

Un préfixe fini complet du dépliage peut être calculé :

- on compare pour cela l'âge des jetons utilisés par les évènements.

Préfixe fini complet du dépliage symbolique d'un RdPT

Exemple



- $\theta(e_1) \geq 0$
- $1 \leq \theta(e_2) \leq 2$
- $\theta(e_3) = \max(\theta(e_1), \theta(e_2))$
- $\theta(e_4) = \theta(e_1) + 2$
  $\theta(e_4) \leq 2$
- $\theta(e_5) = \theta(e_1) + 2$
  $\theta(e_5) \geq \theta(e_1)$
  $\theta(e_5) \leq \max(\theta(e_1), \theta(e_2))$

Plan de la présentation

1. Travaux similaires
   - Dépliage de réseaux de Petri non-temporels
   - Dépliage de RdPT
   - Approche des RdP par la Logique Linéaire
2. Dépliage par annotations temporelles
   - Structure
   - Annotations temporelles
   - Construction
3. Exemple

Traduction des Rdp en Logique Linéaire

Une méthode (Girault, 97) permet de traduire les RdP en formules de Logique Linéaire (LL).

Exemple

$$
\begin{aligned}
M_0 : &\quad P_1 \otimes P_2 \\
T_1 : &\quad P_1 \multimap P_3 \\
T_2 : &\quad P_2 \multimap P_4 \\
T_3 : &\quad P_3 \multimap P_5 \\
T_0 : &\quad P_3 \otimes P_4 \multimap P_1 \otimes P_2
\end{aligned}
$$

L'accessibilité d'un marquage équivaut à la preuve d'un séquent de Logique Linéaire.

Analyse temporelle de scénarios

Scénario

Un scénario est un multi-ensemble de transitions.

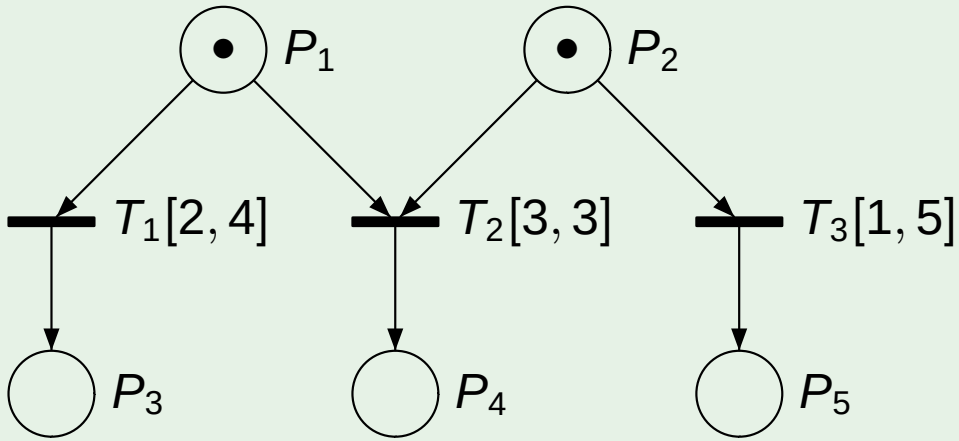
- Un processus de preuves en LL permet de vérifier l'accessibilité du scénario : le tir d'une transition est simulé par une règle dans les calcul des séquents.
- Un scénario prouvé correspond à une ou plusieurs séquences de transitions et conserve la concurrence.

- Dans le cas non temporel, un scénario correspond à un processus.
- Une analyse temporelle en sémantique faible peut être effectuée en annotant la preuve par les dates de production des jetons (Pradin, 99).

Prise en compte de la sémantique forte

Pour prendre la sémantique forte des RdPT, on détermine des groupes de conflits (Delfieu, 06).

Conflit indirect



On applique les règles de tir suivantes lors de la preuve d'un scénario :

1. les transitions non en conflits sont franchies en priorité,
2. les transitions à l'intérieur d'un groupe de conflit, sont ordonnées. Des contraintes dues au conflit sont rajoutées sur les dates de production.

Plan de la présentation

1. Travaux similaires
   - Dépliage de réseaux de Petri non-temporels
   - Dépliage de RdPT
   - Approche des RdP par la Logique Linéaire
2. Dépliage par annotations temporelles
   - Structure
   - Annotations temporelles
   - Construction
3. Exemple

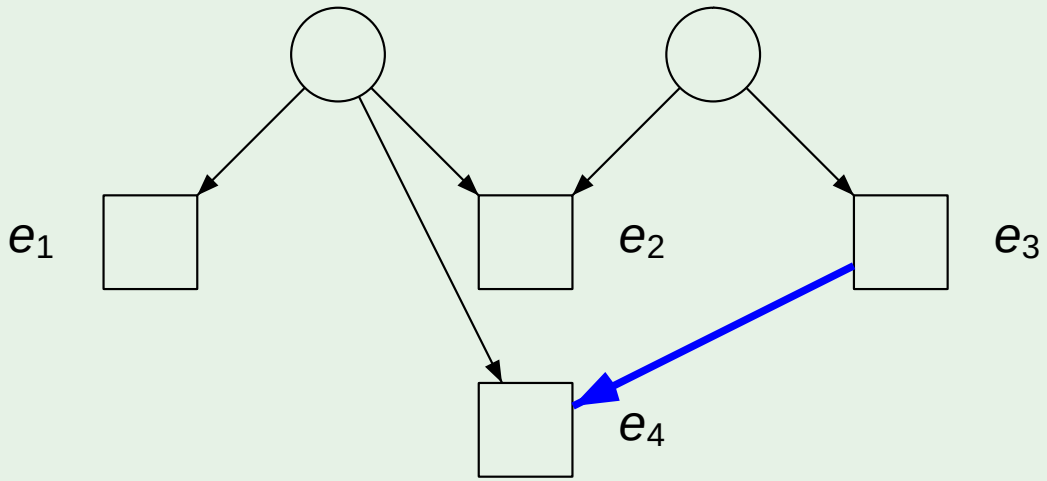
Plan de la présentation

1. Travaux similaires
   - Dépliage de réseaux de Petri non-temporels
   - Dépliage de RdPT
   - Approche des RdP par la Logique Linéaire
2. Dépliage par annotations temporelles
   - Structure
   - Annotations temporelles
   - Construction
3. Exemple

Réseaux d'occurrence étendus

- On définit des réseaux d'occurrence étendus dans lesquelles on peut utiliser des arcs libérateurs reliant deux évènements.
- Un arc libérateur de e_1 vers e_2 étend la relation de causalité : $e_1 < e_2$.
- On note alors : $e1 \in {}^*e_2$.

Exemple

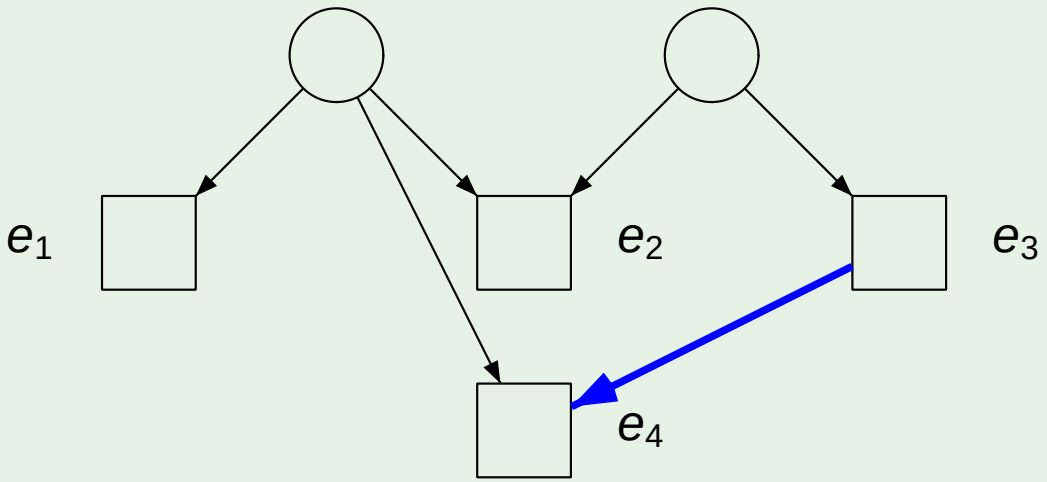


Conflits directs

On définit une relation plus restreinte de conflits.
Deux évènements e_1, e_2 sont en conflit direct : e_1 conf e_2 ssi

- ${}^\bullet e_1 \cap {}^\bullet e_2 \neq \emptyset$
- $\forall x \in {}^\bullet e_1 \cap {}^* e_1, \neg(x \# e_2)$ et $\forall x \in {}^\bullet e_2 \cap {}^* e_2, \neg(x \# e_1)$.

Exemple



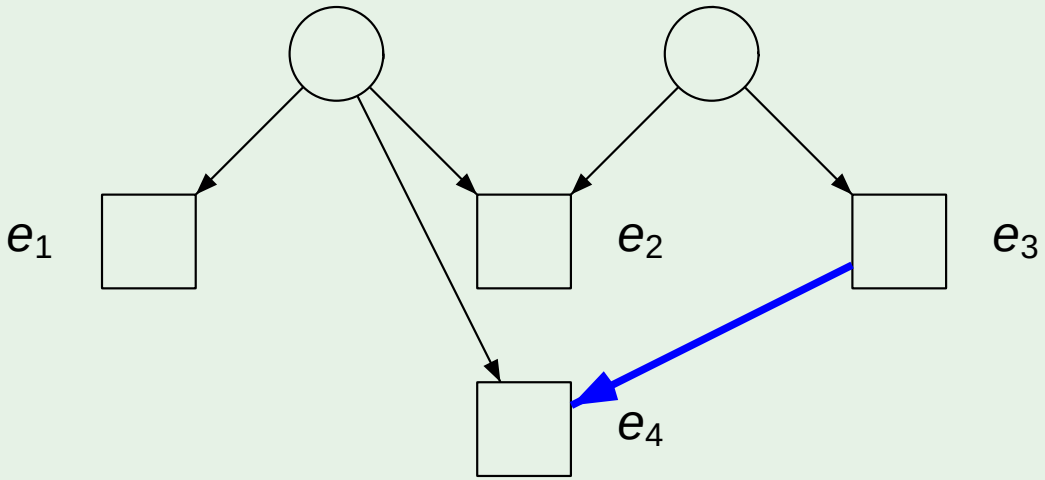
- e_1 conf e_2
- e_2 conf e_3
- e_4 conf e_1
- $\neg(e_4$ conf $e_2)$

Conflits indirects

On définit également une relation de conflit indirect : e_1 lib e_2 ssi

- e_1 co e_2,
- $\exists e' \in E$ t.q. e_1 conf e' et e_2 conf e'.

Exemple



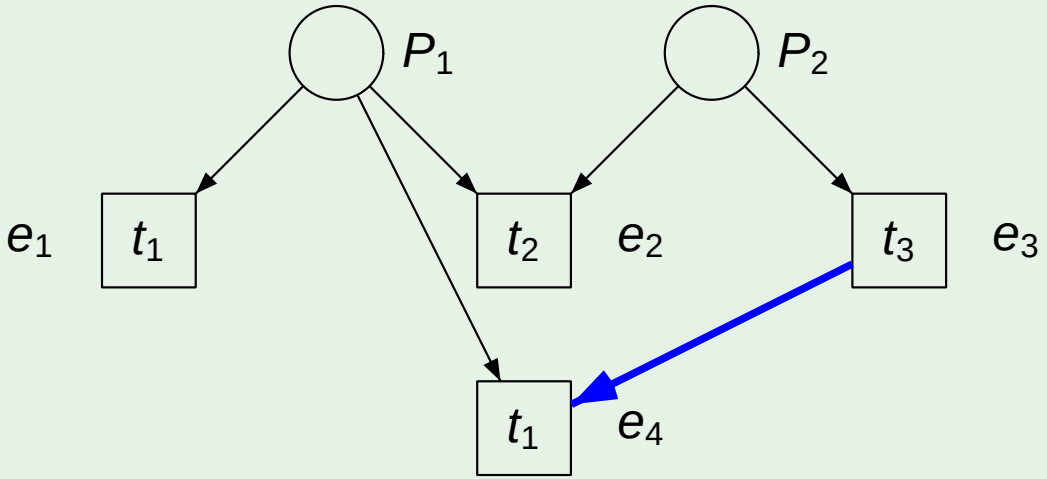
- e_1 conf e_2
- e_2 conf e_3
- e_4 conf e_1
- e_1 lib e_3
- $\neg(e_4$ lib $e_2)$

Processus de branchement étendus

Dans les processus de branchements étendus on restreint l'utilisation des arcs libérateurs de sorte que :

- Pour tout $e_1 \in E$, si $e_2 \in {}^*e_1$ alors nécessairement $\exists e_3 \in E$ t.q. e_2 lib e_3 et ${}^\bullet e_3 = {}^\bullet e_1$ et $p(e_3) = p(e_1)$.
- pour tout $e_1, e_2 \in E$ si ${}^\bullet e_1 = {}^\bullet e_2$ et ${}^* e_1 = {}^* e_2$ et $p(e_1) = p(e_2)$ alors $e_1 = e_2$.

Exemple



- e_1 conf e_2
- e_2 conf e_3
- e_4 conf e_1
- e_1 lib e_3

Plan de la présentation

1. Travaux similaires
   - Dépliage de réseaux de Petri non-temporels
   - Dépliage de RdPT
   - Approche des RdP par la Logique Linéaire
2. Dépliage par annotations temporelles
   - Structure
   - Annotations temporelles
   - Construction
3. Exemple

Processus de branchement temporels

On définit un processus de branchement temporel (β, θ) avec :

- β, un processus de branchement étendu,
- $\theta : E \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{\infty\}$, une fonction de temporisation qui associe à chaque évènement une date de tir $\theta(e)$.

Symboliquement, on associe à chaque évènement une annotation temporelle exprimant $\theta(e)$ sous la forme d'une formule logique.

- Une conjonction de contraintes exprime la valeur finie de $\theta(e)$ lorsqu'elle existe.
- Les autres contraintes en disjonction fixent $\theta(e)$ à l'infini pour cause de conflit.

Annotations temporelles

Pour chaque évènement e d'un processus de branchement temporel, sa date de tir $\theta(e)$ doit vérifier le système de contraintes suivant :

$$
\begin{aligned}
&\left[\theta(e) \geq \max_{b \in {}^\bullet e} \left(\theta({}^\bullet b)\right) + \mathit{Eft}\left(p(e)\right)\right. \\
&\quad \wedge \quad \theta(e) \leq \max_{b \in {}^\bullet e} \left(\theta({}^\bullet b)\right) + \mathit{Lft}\left(p(e)\right) \\
&\quad \wedge \quad \theta(e) \geq \max_{e' \in {}^* e} \left(\theta(e')\right) \\
&\quad \wedge \quad \left[\forall e' \in E,\ (e' \text{ conf } e \vee e' \text{ lib } e) \Rightarrow \left(\theta(e') = \infty\right) \wedge \right. \\
&\qquad\qquad \left.\left. \theta(e) \leq \max_{b \in {}^\bullet e'} \left(\theta({}^\bullet b)\right) + \mathit{Lft}\left(p(e')\right)\right]\right] \\
&\vee \left[\exists e' \in E,\ (e' \text{ conf } e \vee e' \text{ lib } e) \ \wedge\ \theta(e') \neq \infty \ \wedge\ \theta(e) = \infty\right]
\end{aligned}
$$

Annotations temporelles

Pour chaque évènement e d'un processus de branchement temporel, sa date de tir $\theta(e)$ doit vérifier le système de contraintes suivant :

$$
\begin{aligned}
&\left[\theta(e) \geq \max_{b \in {}^\bullet e} \left(\theta({}^\bullet b)\right) + \mathit{Eft}\left(p(e)\right)\right.\\
&\quad \wedge \quad \theta(e) \leq \max_{b \in {}^\bullet e} \left(\theta({}^\bullet b)\right) + \mathit{Lft}\left(p(e)\right)\\
&\quad \wedge \quad \theta(e) \geq \max_{e' \in {}^* e} \left(\theta(e')\right)\\
&\quad \wedge \quad \left[\forall e' \in E,\ (e' \text{ conf } e \vee e' \text{ lib } e) \Rightarrow \left(\theta(e') = \infty\right) \wedge\right.\\
&\qquad\qquad \left.\left.\theta(e) \leq \max_{b \in {}^\bullet e'} \left(\theta({}^\bullet b)\right) + \mathit{Lft}\left(p(e')\right)\right]\right]\\
&\vee \left[\exists e' \in E,\ (e' \text{ conf } e \vee e' \text{ lib } e) \ \wedge\ \theta(e') \neq \infty \ \wedge\ \theta(e) = \infty\right]
\end{aligned}
$$

Annotations temporelles

Pour chaque évènement e d'un processus de branchement temporel, sa date de tir $\theta(e)$ doit vérifier le système de contraintes suivant :

$$
\begin{aligned}
&\Big[\theta(e) \geq \max_{b \in {}^\bullet e} \big(\theta({}^\bullet b)\big) + \mathit{Eft}\big(p(e)\big) \\
&\quad \wedge \quad \theta(e) \leq \max_{b \in {}^\bullet e} \big(\theta({}^\bullet b)\big) + \mathit{Lft}\big(p(e)\big) \\
&\quad \wedge \quad \theta(e) \geq \max_{e' \in {}^* e} \big(\theta(e')\big) \\
&\quad \wedge \quad \Big[\forall e' \in E,\ (e' \text{ conf } e \vee e' \text{ lib } e) \Rightarrow \big(\theta(e') = \infty\big) \wedge \\
&\qquad\qquad \theta(e) \leq \max_{b \in {}^\bullet e'} \big(\theta({}^\bullet b)\big) + \mathit{Lft}\big(p(e')\big)\Big]\Big] \\
\vee &\Big[\exists e' \in E,\ (e' \text{ conf } e \vee e' \text{ lib } e) \ \wedge\ \theta(e') \neq \infty \ \wedge\ \theta(e) = \infty\Big]
\end{aligned}
$$

Annotations temporelles

Pour chaque évènement e d'un processus de branchement temporel, sa date de tir $\theta(e)$ doit vérifier le système de contraintes suivant :

$$
\begin{aligned}
&\left[\theta(e) \geq \max_{b \in {}^\bullet e} \left(\theta({}^\bullet b)\right) + \mathit{Eft}\left(p(e)\right)\right.\\
&\quad \wedge \quad \theta(e) \leq \max_{b \in {}^\bullet e} \left(\theta({}^\bullet b)\right) + \mathit{Lft}\left(p(e)\right)\\
&\quad \wedge \quad \theta(e) \geq \max_{e' \in {}^* e} \left(\theta(e')\right)\\
&\quad \wedge \quad \left[\forall e' \in E,\ (e' \text{ conf } e \vee e' \text{ lib } e) \Rightarrow \left(\theta(e') = \infty\right) \wedge\right.\\
&\qquad\qquad \left.\left.\theta(e) \leq \max_{b \in {}^\bullet e'} \left(\theta({}^\bullet b)\right) + \mathit{Lft}\left(p(e')\right)\right]\right]\\
&\vee \left[\exists e' \in E,\ (e' \text{ conf } e \vee e' \text{ lib } e) \ \wedge\ \theta(e') \neq \infty \ \wedge\ \theta(e) = \infty\right]
\end{aligned}
$$

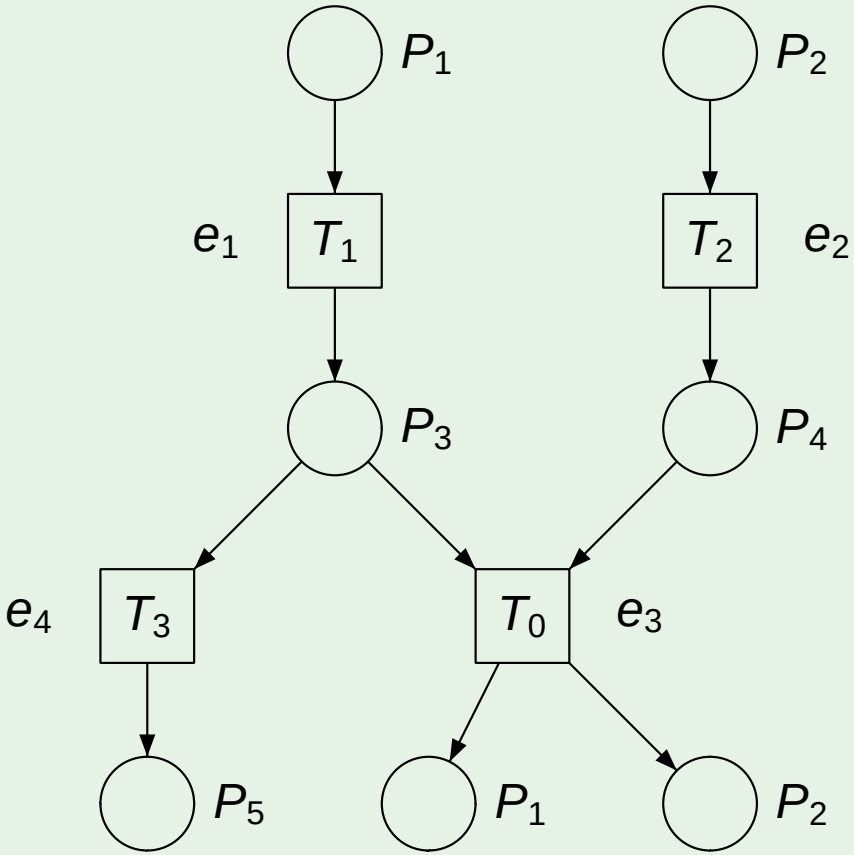
Annotations temporelles

Pour chaque évènement e d'un processus de branchement temporel, sa date de tir $\theta(e)$ doit vérifier le système de contraintes suivant :

$$
\begin{aligned}
&\Big[\theta(e) \geq \max_{b \in {}^\bullet e} \big(\theta({}^\bullet b)\big) + \mathit{Eft}\big(p(e)\big) \\
&\quad \wedge \quad \theta(e) \leq \max_{b \in {}^\bullet e} \big(\theta({}^\bullet b)\big) + \mathit{Lft}\big(p(e)\big) \\
&\quad \wedge \quad \theta(e) \geq \max_{e' \in {}^* e} \big(\theta(e')\big) \\
&\quad \wedge \quad \Big[\forall e' \in E,\ (e' \text{ conf } e \vee e' \text{ lib } e) \Rightarrow \big(\theta(e') = \infty\big) \wedge \\
&\qquad\qquad \theta(e) \leq \max_{b \in {}^\bullet e'} \big(\theta({}^\bullet b)\big) + \mathit{Lft}\big(p(e')\big)\Big]\Big] \\
\vee &\Big[\exists e' \in E,\ (e' \text{ conf } e \vee e' \text{ lib } e) \ \wedge\ \theta(e') \neq \infty \ \wedge\ \theta(e) = \infty\Big]
\end{aligned}
$$

Processus de branchement temporels

Exemple



e_3 conf e_4

- $\theta(e_1) \geq 0$
- $1 \leq \theta(e_2) \leq 2$
- $(\theta(e_3) = \max(\theta(e_1), \theta(e_2))$
  $\wedge\ \theta(e_3) \leq \theta(e_1) + 2$
  $\wedge\ \theta(e_4) = \infty)$
  $\vee\ (\theta(e_3) = \infty\ \wedge\ \theta(e_4) \neq \infty)$
- $(\theta(e_4) = \theta(e_1) + 2$
  $\wedge\ \theta(e_4) \leq \max(\theta(e_1), \theta(e_2))$
  $\wedge\ \theta(e_3) = \infty)$
  $\vee\ (\theta(e_4) = \infty\ \wedge\ \theta(e_3) \neq \infty)$

Plan de la présentation

1. Travaux similaires
   - Dépliage de réseaux de Petri non-temporels
   - Dépliage de RdPT
   - Approche des RdP par la Logique Linéaire
2. Dépliage par annotations temporelles
   - Structure
   - Annotations temporelles
   - Construction
3. Exemple

Construction d'un processus de branchement temporel

1. Des évènements sont ajoutés si la valeur de leur date de tir peut être finie.
2. En cas de conflit indirect, les évènements libérateurs sont dupliqués et entrelacés.
3. Cependant, pendant la construction on ne connaît pas toutes les contraintes sur un évènement car tous les conflits ne sont pas connus.
4. Dans ce cas, l'évènement est ajouté, mais on peut rajouter par la suite des contraintes sur sa date de tir si de nouveaux conflits sont trouvés.

Inconvénient : des évènements déclarés impossibles a posteriori peuvent être calculés.

Discussion

Terminaison

- Des processus de branchement finis peuvent être calculés.
- On ajoute pour cela des contraintes pour que le résultat soit correct.

Préfixe complet

Existe-t-il un préfixe complet ?

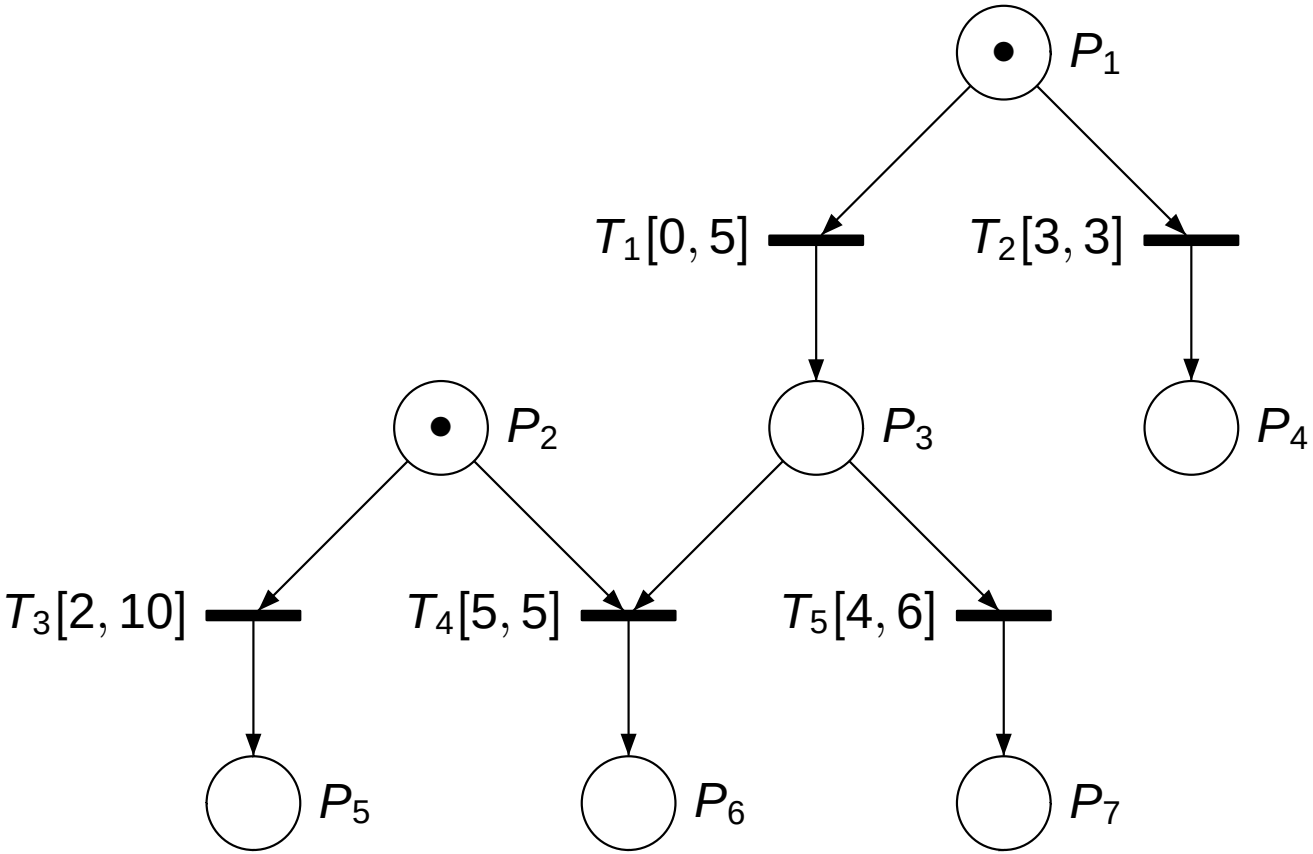
- La notion d'état doit être réintroduite.
- Il faudrait comparer l'âge des conditions utilisées par les évènements.

Enfin, on peut aussi envisager de ne pas utiliser d'arcs activateurs et de regrouper les évènements dupliqués avec une seule annotation temporelle, mais plusieurs disjonctions.

Plan de la présentation

1. Travaux similaires
   - Dépliage de réseaux de Petri non-temporels
   - Dépliage de RdPT
   - Approche des RdP par la Logique Linéaire
2. Dépliage par annotations temporelles
   - Structure
   - Annotations temporelles
   - Construction
3. Exemple

Exemple

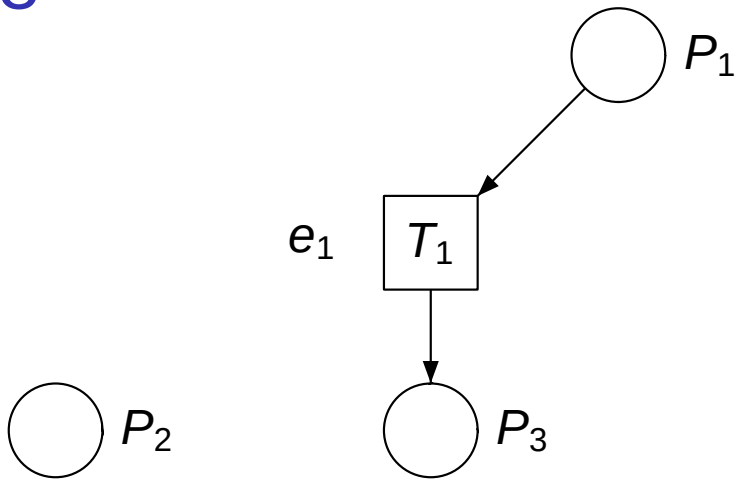


Exemple



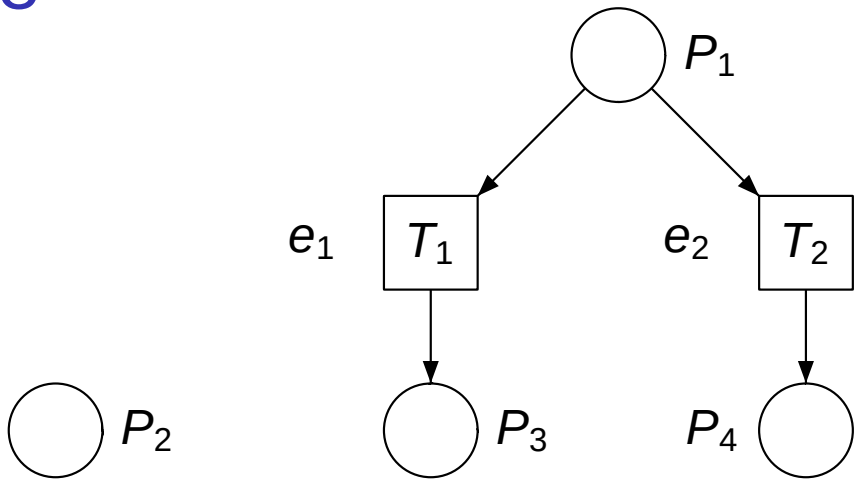


Exemple



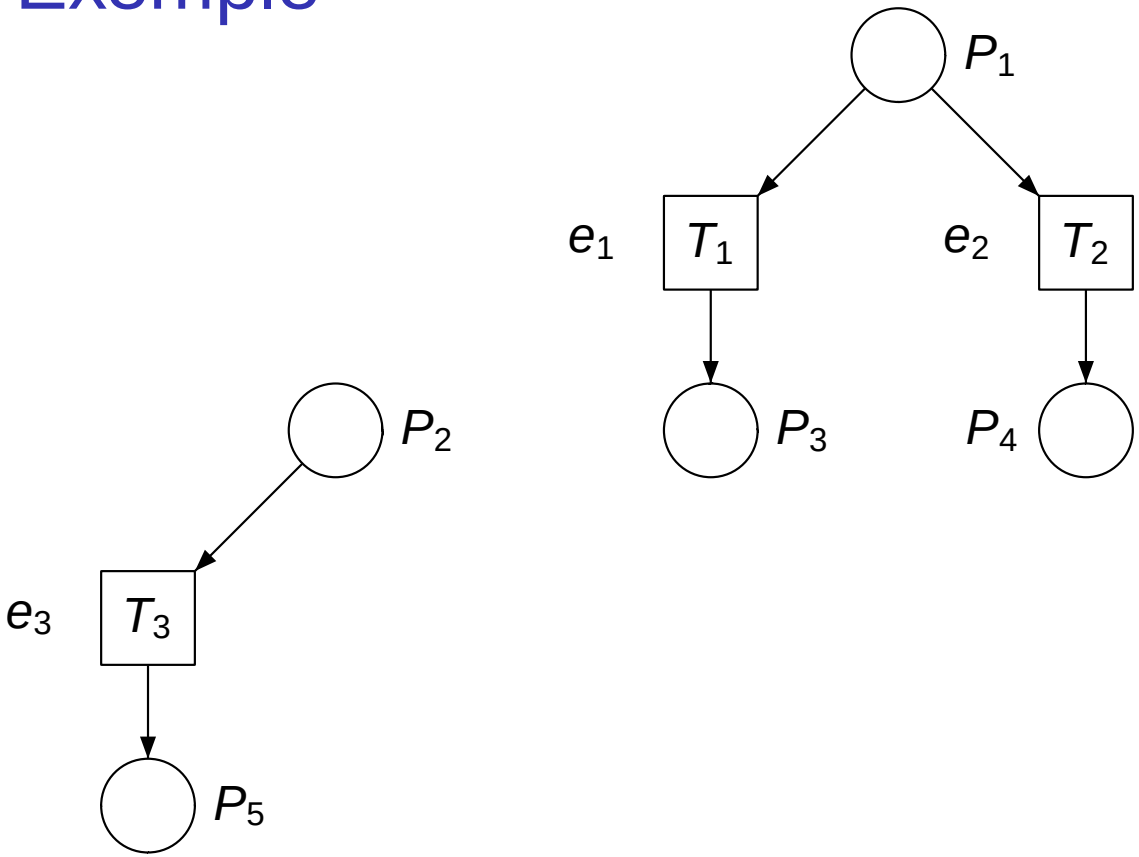
- $\theta(e_1) \in [0, 5]$

Exemple



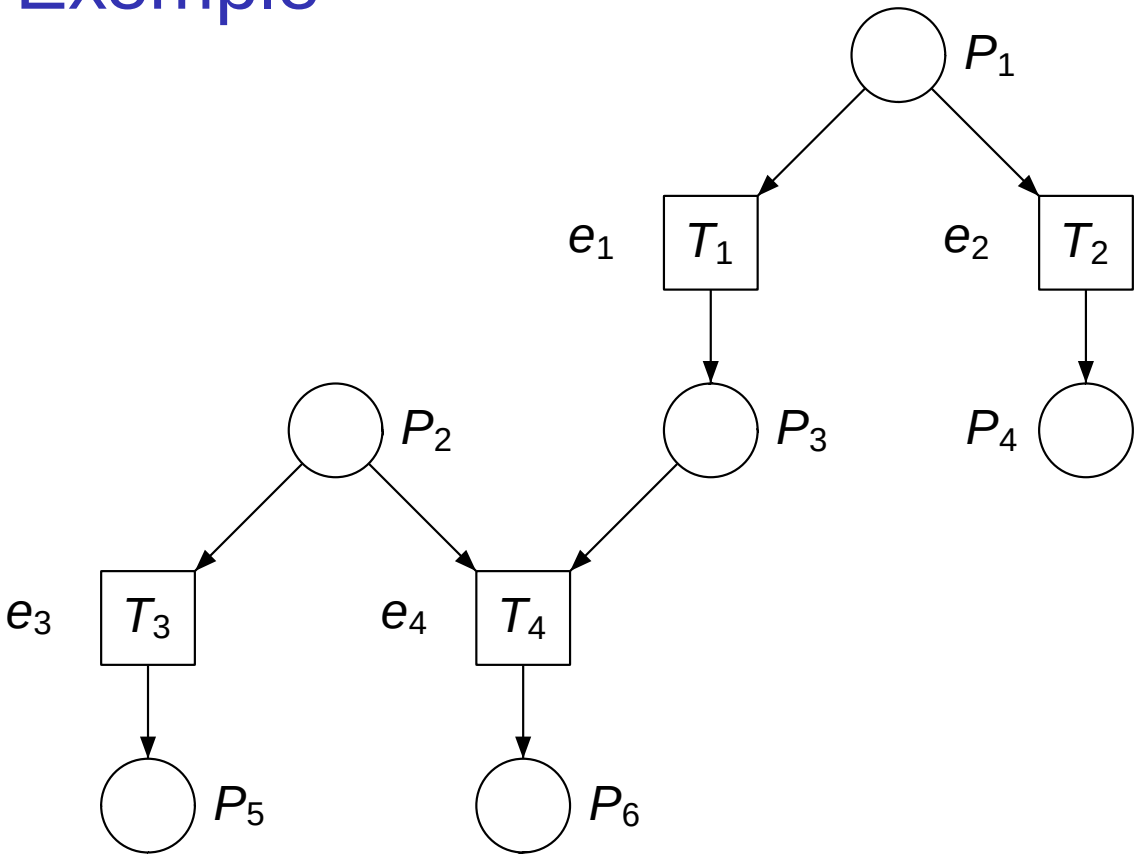
- $\theta(e_1) \in [0, 5]$
- e_1 conf e_2
- $\begin{pmatrix} \theta(e_2) = 3 \\ \wedge\, \theta(e_1) = \infty \end{pmatrix} \vee \begin{pmatrix} \theta(e_2) = \infty \\ \wedge\, \theta(e_1) \neq \infty \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} \theta(e_1) \in [0, 3] \\ \wedge\, \theta(e_2) = \infty \end{pmatrix} \vee \begin{pmatrix} \theta(e_1) = \infty \\ \wedge\, \theta(e_2) \neq \infty \end{pmatrix}$

Exemple



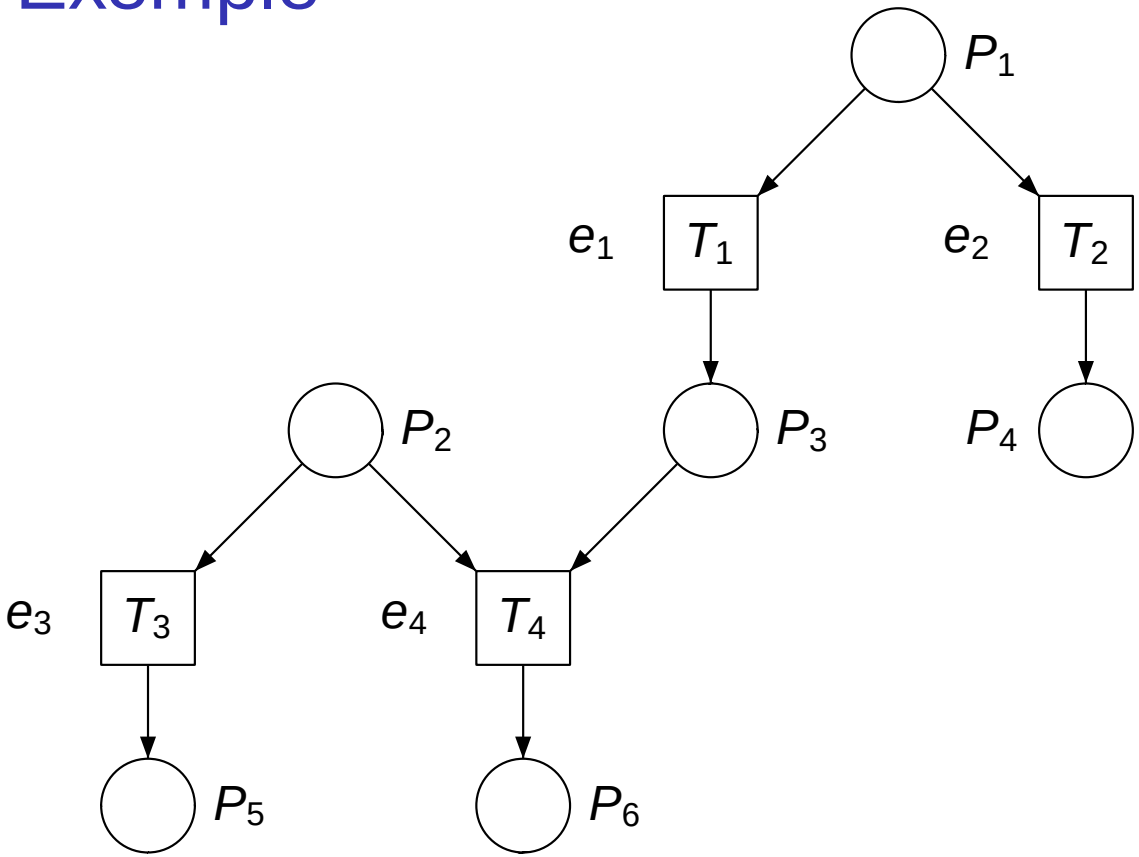
- $\theta(e_3) \in [2, 10]$

Exemple



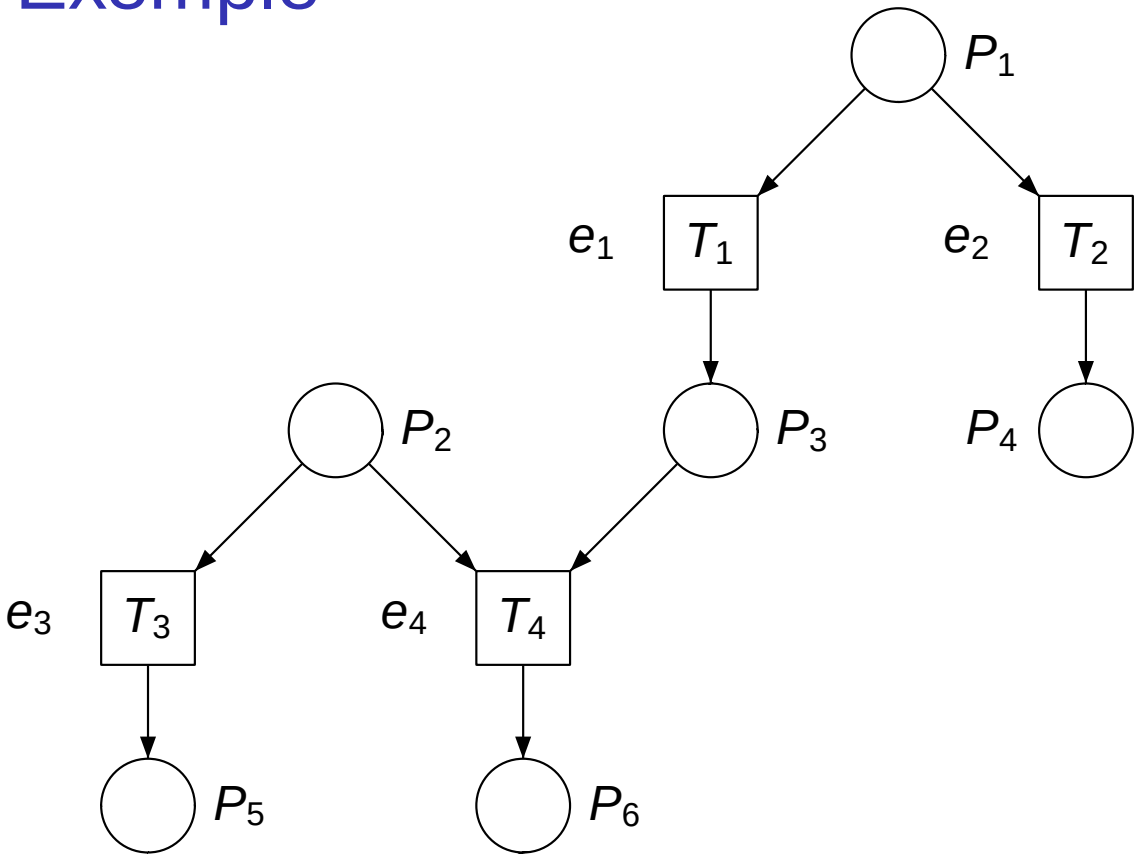
- $\theta(e_3) \in [2, 10]$
- e_3 conf e_4
- $$\left(\begin{array}{c} \theta(e_4) = 5 + \theta(e_1) \\ \theta(e_4) \leq 10 \\ \wedge\, \theta(e_3) = \infty \end{array} \right) \vee \left(\begin{array}{c} \theta(e_4) = \infty \\ \wedge\, \theta(e_3) \neq \infty \end{array} \right)$$

Exemple



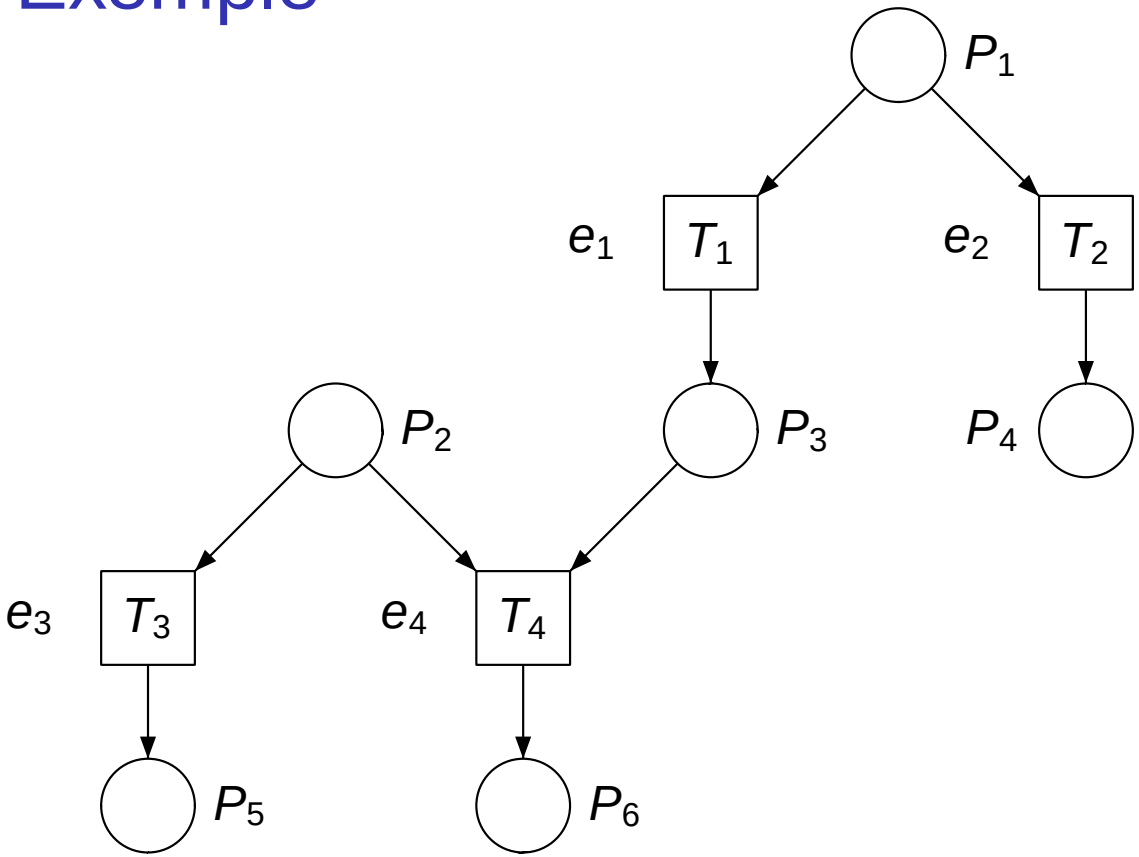
- $\theta(e_3) \in [2, 10]$
- e_3 conf e_4
- $$\begin{pmatrix} \theta(e_4) = 5 + \theta(e_1) \\ \theta(e_4) \leq 10 \\ \wedge\, \theta(e_3) = \infty \end{pmatrix} \vee \begin{pmatrix} \theta(e_4) = \infty \\ \wedge\, \theta(e_3) \neq \infty \end{pmatrix}$$
- $\theta(e_4) \in [5, 8]$

Exemple



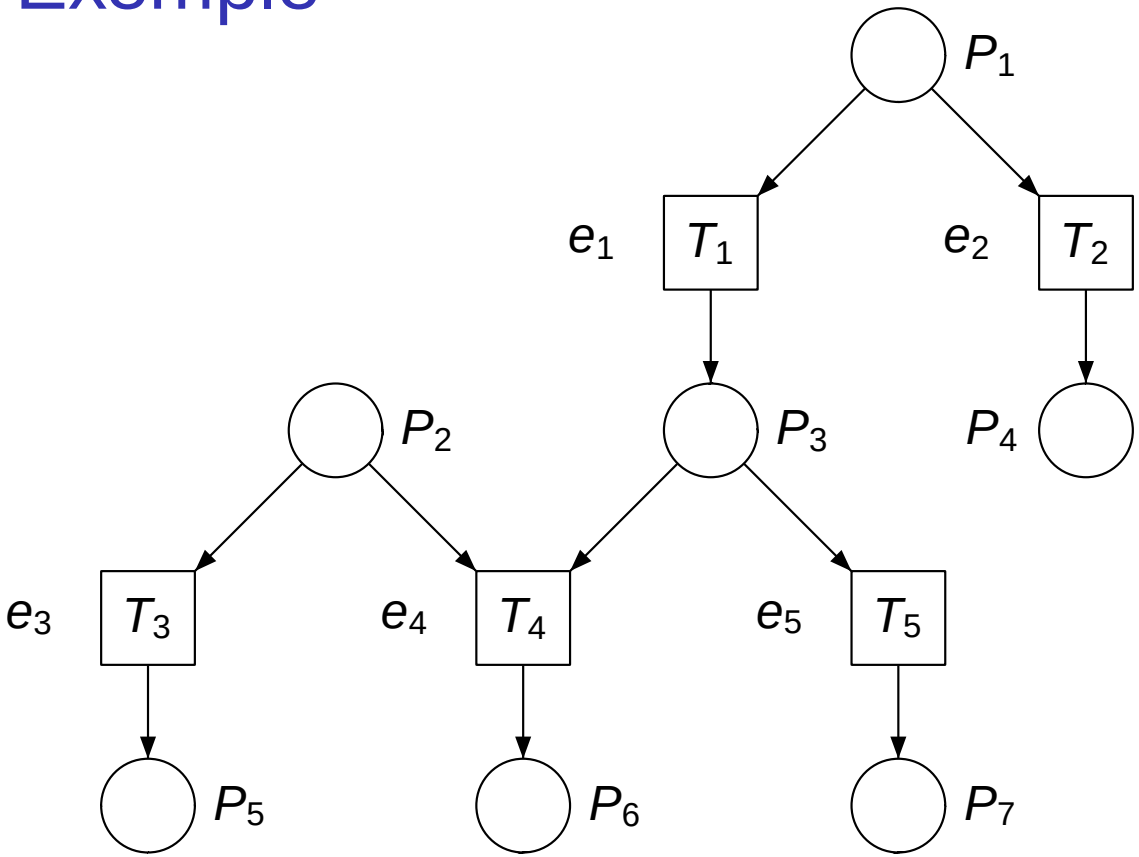
- $\theta(e_3) \in [2, 10]$
- e_3 conf e_4
- $$\left(\begin{array}{c} \theta(e_3) \in [2, 10] \\ \wedge\, \theta(e_3) \leq 5 + \theta(e_1) \\ \wedge\, \theta(e_4) = \infty \end{array} \right) \vee \left(\begin{array}{c} \theta(e_3) = \infty \\ \wedge\, \theta(e_4) \neq \infty \end{array} \right)$$

Exemple



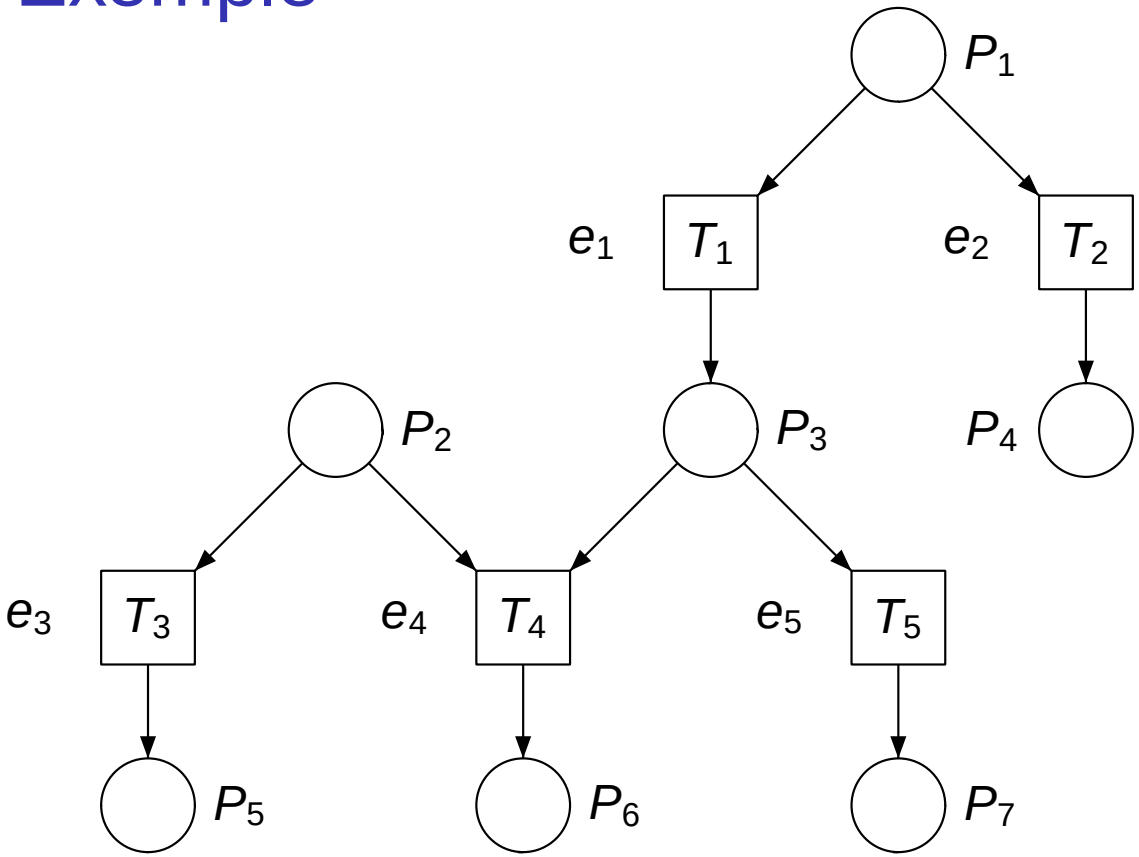
- $\theta(e_3) \in [2, 10]$
- e_3 conf e_4
- $$\begin{pmatrix} \theta(e_3) \in [2,10] \\ \wedge\ \theta(e_3) \leq 5 + \theta(e_1) \\ \wedge\ \theta(e_4) = \infty \end{pmatrix} \vee \begin{pmatrix} \theta(e_3) = \infty \\ \wedge\ \theta(e_4) \neq \infty \end{pmatrix}$$
- $$\begin{pmatrix} \theta(e_3) \in [2,10] \\ \wedge\ \theta(e_1) = \infty \end{pmatrix} \vee (\theta(e_3) \in [2,8])$$

Exemple



- e_5 conf e_4 et e_5 lib e_3

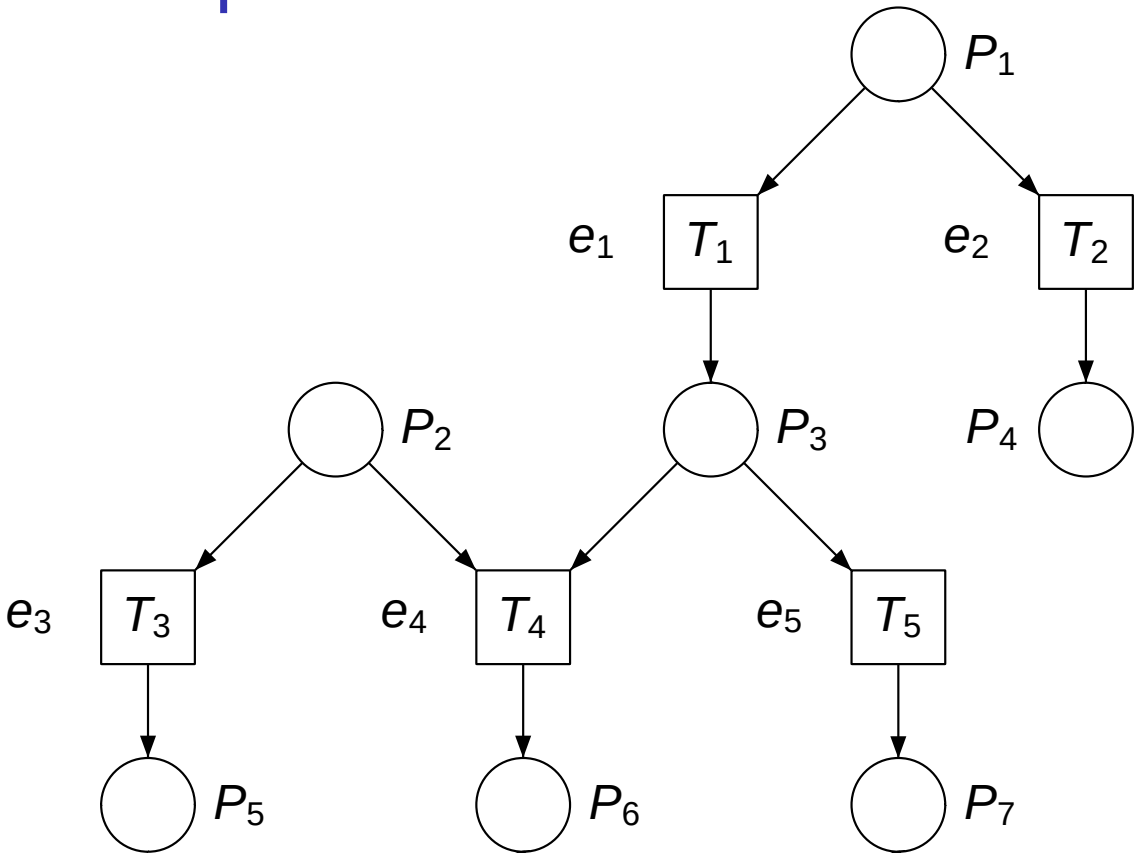
Exemple



- e_5 conf e_4 et e_5 lib e_3
-

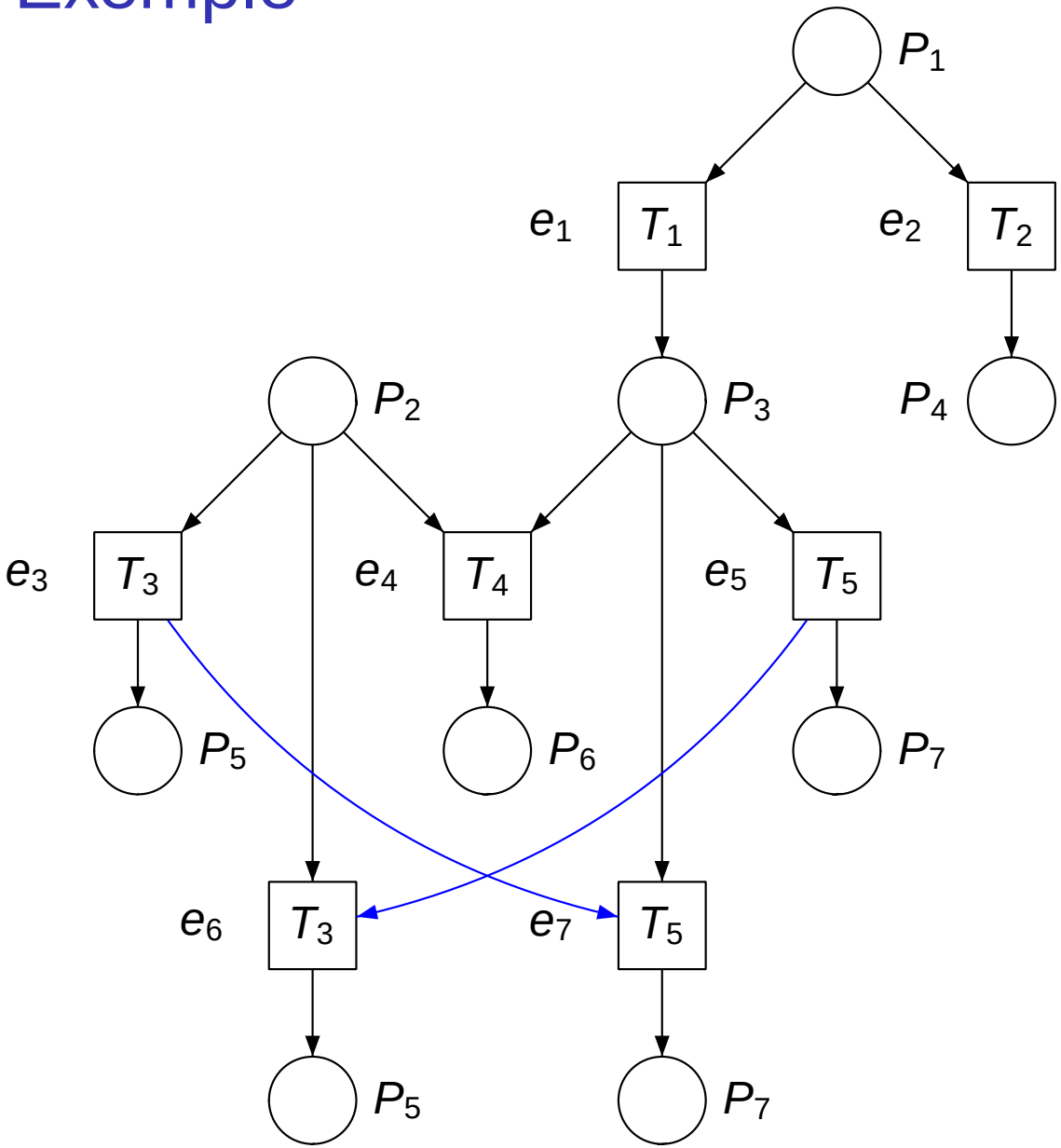
$$\begin{pmatrix} \theta(e_5) \geq \theta(e_1) + 4 \\ \theta(e_5) \leq \theta(e_1) + 6 \\ \wedge\ \theta(e_5) \leq 10 \\ \wedge\ \theta(e_5) \leq \theta(e_1) + 5 \\ \wedge\ \theta(e_3) = \infty \\ \wedge\ \theta(e_4) = \infty \end{pmatrix}$$
$$\vee \begin{pmatrix} \theta(e_5) = \infty \\ \wedge\ \theta(e_3) \neq \infty \end{pmatrix}$$
$$\vee \begin{pmatrix} \theta(e_5) = \infty \\ \wedge\ \theta(e_4) \neq \infty \end{pmatrix}$$

Exemple



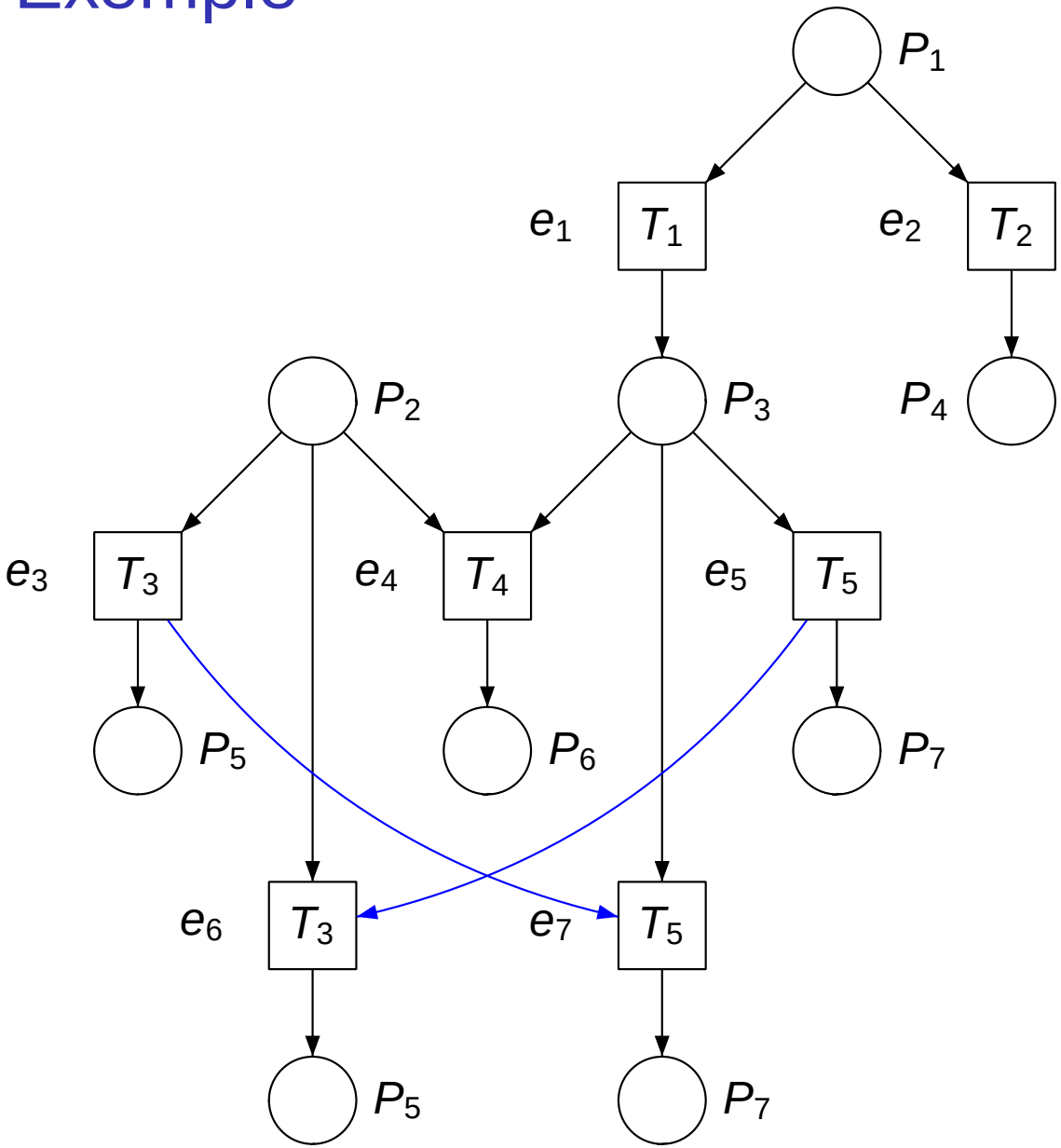
- e_5 conf e_4 et e_5 lib e_3
- $$\left(\begin{array}{c}\theta(e_5) \geq \theta(e_1) + 4 \\ \theta(e_5) \leq \theta(e_1) + 6 \\ \wedge\ \theta(e_5) \leq 10 \\ \wedge\ \theta(e_5) \leq \theta(e_1) + 5 \\ \wedge\ \theta(e_3) = \infty \\ \wedge\ \theta(e_4) = \infty\end{array}\right) \vee \left(\begin{array}{c}\theta(e_5) = \infty \\ \wedge\ \theta(e_3) \neq \infty\end{array}\right) \vee \left(\begin{array}{c}\theta(e_5) = \infty \\ \wedge\ \theta(e_4) \neq \infty\end{array}\right)$$
- $\theta(e_5) \in [4, 8]$

Exemple



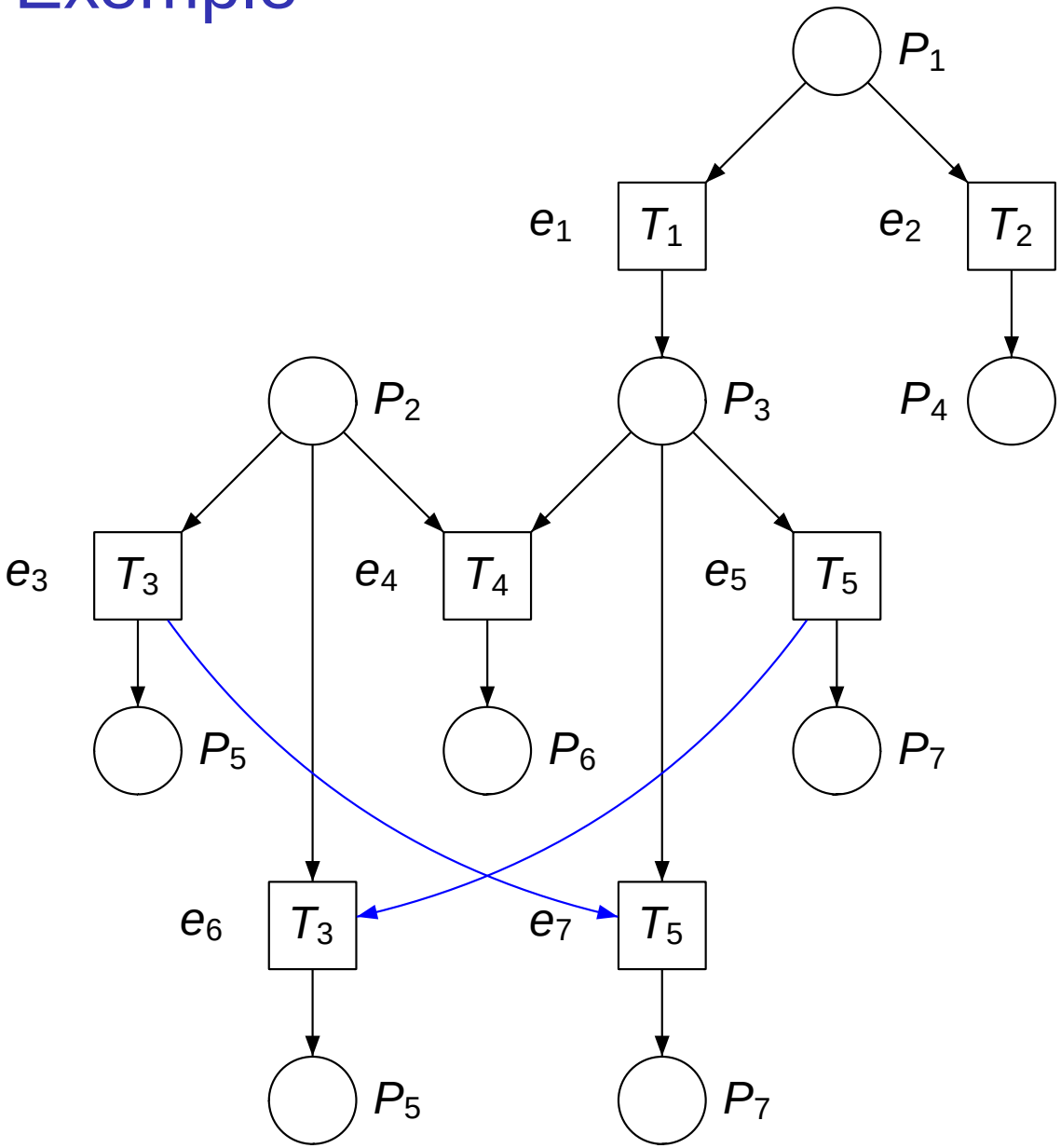
- e_5 conf e_4 et e_5 lib e_3
- e_6 conf e_3 et e_7 conf e_5

Exemple



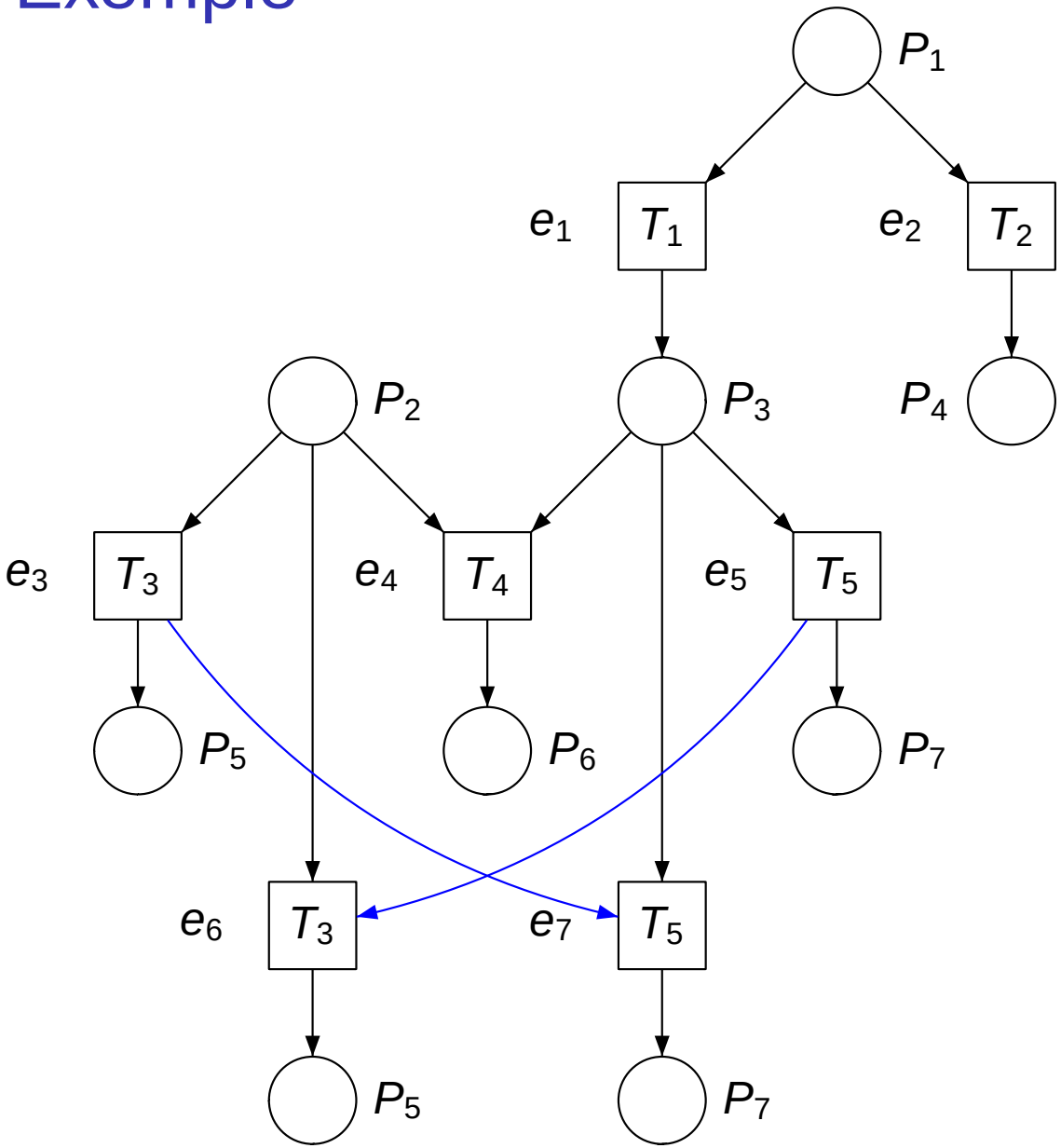
- e_5 conf e_4 et e_5 lib e_3
- e_6 conf e_3 et e_7 conf e_5
- $$\begin{pmatrix} \theta(e_6) \in [2,10] \\ \wedge\ \theta(e_6) \geq \theta(e_5) \\ \wedge\ \theta(e_3) = \infty \end{pmatrix} \vee \begin{pmatrix} \theta(e_6) = \infty \\ \wedge\ \theta(e_3) \neq \infty \end{pmatrix}$$

Exemple



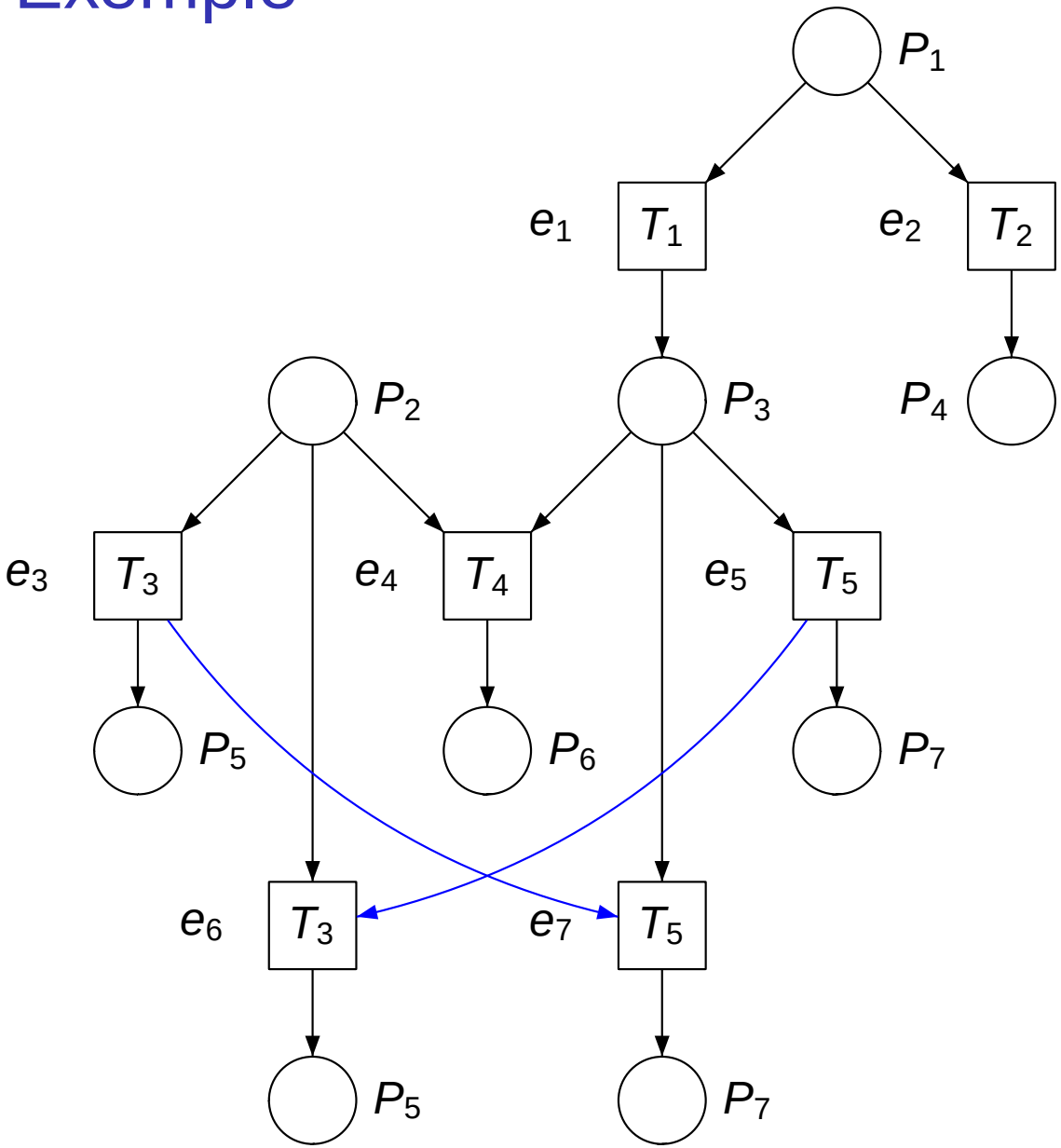
- e_5 conf e_4 et e_5 lib e_3
- e_6 conf e_3 et e_7 conf e_5
- $$\begin{pmatrix} \theta(e_6) \in [2,10] \\ \wedge\, \theta(e_6) \geq \theta(e_5) \\ \wedge\, \theta(e_3) = \infty \end{pmatrix} \vee \begin{pmatrix} \theta(e_6) = \infty \\ \wedge\, \theta(e_3) \neq \infty \end{pmatrix}$$
- $\theta(e_6) \in [4,10]$

Exemple



- e_5 conf e_4 et e_5 lib e_3
- e_6 conf e_3 et e_7 conf e_5
- $$\begin{pmatrix} \theta(e_7) \geq \theta(e_1) + 4 \\ \theta(e_7) \leq \theta(e_1) + 6 \\ \wedge\ \theta(e_7) \geq \theta(e_3) \\ \wedge\ \theta(e_5) = \infty \end{pmatrix} \vee \begin{pmatrix} \theta(e_7) = \infty \\ \wedge\ \theta(e_5) \neq \infty \end{pmatrix}$$

Exemple



- e_5 conf e_4 et e_5 lib e_3
- e_6 conf e_3 et e_7 conf e_5
- $$\begin{pmatrix} \theta(e_7) \geq \theta(e_1) + 4 \\ \theta(e_7) \leq \theta(e_1) + 6 \\ \wedge\ \theta(e_7) \geq \theta(e_3) \\ \wedge\ \theta(e_5) = \infty \end{pmatrix} \vee \begin{pmatrix} \theta(e_7) = \infty \\ \wedge\ \theta(e_5) \neq \infty \end{pmatrix}$$
- $\theta(e_7) \in [4, 9]$

Conclusion

- La méthode de dépliage proposée doit permettre d'obtenir un dépliage plus compacte.
- Cependant dans la construction du dépliage des évènements impossibles peuvent être calculés.
- Il reste à trouver un préfixe fini complet à ce dépliage.