TD 14 : Grammaires LR(k), SLR(k), LALR(k)

Exercice 1 (Motifs Objective Caml)**.** On considère à nouveau l'extrait suivant de la syntaxe des motifs d'Objective Caml :

$$
\begin{aligned}
\langle pat \rangle &\to \texttt{VN} \\
&\mid\ \texttt{\_} \\
&\mid\ \langle pat \rangle :: \langle pat \rangle \\
&\mid\ \langle pat \rangle\ \texttt{as VN} \\
&\mid\ [\ \langle patl \rangle\ ] \\
\langle patl \rangle &\to \langle pat \rangle \\
&\mid\ \langle patl \rangle\ ;\ \langle pat \rangle
\end{aligned}
$$

1. Construire l'automate des contextes $\mathcal{C}_0$ pour cette grammaire.
2. Construire la table des actions SLR(1) pour cette grammaire.
3. La spécification du langage OCaml précise que l'opérateur `::` est associatif à droite et a une précédence plus forte que l'opérateur `as`. Comment modifier la table des actions pour tenir compte de ces priorités ?

Exercice 2 (Grammaires LL)**.**

1. Montrer que la grammaire suivante est LL(1) mais pas SLR(k) :

$$
\begin{aligned}
S &\to aA \mid bBd \\
A &\to Be \mid Cd \\
B &\to b \mid \varepsilon \\
C &\to c \mid \varepsilon
\end{aligned}
$$

2. Donner une grammaire LR(0) qui n'est pas LL(k).

Exercice 3 (Grammaires LALR(k))**.** À partir de l'automate des contextes $\mathcal{C}_0$ d'une grammaire algébrique, on peut définir une relation d'équivalence $\equiv_0$ sur $(N \uplus \Sigma)^*$ par

$$\delta \equiv_0 \gamma \text{ iff } \mathrm{goto}(q_0, \delta) = \mathrm{goto}(q_0, \gamma)\ .$$

On appelle alors un k-item $[A \to \alpha_1 \cdot \alpha_2, u]$ *LALR(k)-valide* dans le contexte γ s'il existe $\delta \equiv_0 \gamma$ tel que $[A \to \alpha_1 \cdot \alpha_2, u]$ soit k-valide pour δ, c'est-à-dire s'il existe une dérivation droite

$$S' \underset{\mathrm{rm}}{\Longrightarrow}^* \rho A v \underset{\mathrm{rm}}{\Longrightarrow} \rho \alpha_1 \alpha_2 v = \delta \alpha_2 v$$

avec $u \in \mathrm{First}_k(v)$. Les notions d'automate des contextes LALR(k), et de conflits LALR(k) en découlent comme d'habitude.

1. La grammaire suivante est-elle LALR(1) ?

$$
\begin{aligned}
S &\to aAc \mid bAd \mid agd \mid bgc \\
A &\to B \\
B &\to g
\end{aligned}
$$

2. On considère le fragment suivant de la grammaire C ANSI (modulo quelques simplifications) :

$$
\begin{aligned}
\langle \textit{statement} \rangle &\to \langle \textit{labeled\_statement} \rangle \\
&\mid \ \langle \textit{expression\_statement} \rangle \\
\langle \textit{labeled\_statement} \rangle &\to \textit{id} : \langle \textit{statement} \rangle \\
&\mid \ \texttt{case}\ \langle \textit{conditional\_expression} \rangle : \langle \textit{statement} \rangle \\
\langle \textit{expression\_statement} \rangle &\to \langle \textit{conditional\_expression} \rangle \ ; \\
\langle \textit{conditional\_expression} \rangle &\to \textit{id}
\end{aligned}
$$

   Montrer que cette grammaire est LALR(1) mais pas SLR(k).

3. Montrer que la grammaire suivante est SLL(1) mais pas LALR(k) :

$$
\begin{aligned}
S &\to aA \mid bB \\
A &\to Cc \mid Dd \\
B &\to Cd \mid Dc \\
C &\to FE \\
D &\to FH \\
E &\to \varepsilon \\
F &\to \varepsilon \\
H &\to \varepsilon
\end{aligned}
$$